

IL RISPARMIO

1

Anno LXVII - n. 1 gennaio - marzo 2019

Rivista trimestrale dell'ACRI - Associazione di Fondazioni e di Casse di Risparmio Spa

Poste Italiane Spa Sped. in abb. post. 70% DCB Roma - com. 20 lett. c - Art. 2 legge 662 del 23/12/96 - Filiale di Roma - Romanina



**REGOLAMENTO PER LA SOTTOMISSIONE DEI MANOSCRITTI PER LA
PUBBLICAZIONE NELLA RIVISTA
IL RISPARMIO**

1. PREMESSA

L'invio dei manoscritti alla Rivista per una valutazione ai fini della pubblicazione, presuppone l'accettazione da parte degli autori delle regole di pubblicazione di seguito esposte.

In particolare, gli autori devono:

- ∞ dichiarare che il proprio manoscritto, o parti significative di esso, non sia stato pubblicato altrove;
- ∞ dichiarare che il proprio manoscritto non sia sotto *review* per altra pubblicazione;
- ∞ dichiarare che il proprio manoscritto non sarà inviato per altra pubblicazione prima della risposta finale del Comitato Scientifico sull'esito del processo di referaggio.

2. SOTTOMISSIONE MANOSCRITTI

Gli articoli vanno inviati al Comitato Scientifico via mail all'indirizzo elisabetta.boccia@acri.it in formato testo che includa il testo, le note e la bibliografia da pubblicare, corredati da un *Abstract* in italiano e in inglese di non più di 300 parole, indicando il codice JEL, disponibile su <http://www.aeaweb.org/journal/elclasjn.html>.

L'autore può proporre il suo lavoro per la pubblicazione in lingua inglese. Rimarrà a cura dell'autore la revisione del lavoro in lingua inglese qualora esso non venga considerato adeguato agli standard linguistici.

Sulla prima pagina del manoscritto va specificata l'Università o Ente di appartenenza, un numero telefonico e un indirizzo di posta elettronica dell'autore (o di almeno un autore nel caso di saggi a firma congiunta).

Il manoscritto deve essere formattato secondo quanto stabilito nella sezione "note per gli autori", pubblicata sul sito della rivista www.ilrisparmioeview.it.

3. PROCESSO DI REFERAGGIO

Il Comitato Scientifico esamina il manoscritto e, qualora lo giudichi potenzialmente idoneo per la pubblicazione nella Rivista, lo invia a tre *referee* per un triplo referaggio anonimo.

∞ La decisione iniziale del Comitato Scientifico richiede circa due settimane.

∞ La stesura dei rapporti dei *referee* richiede circa 1 mese.

Sulla base delle indicazioni dei *referee*, il Comitato Scientifico accetta l'articolo, richiede una revisione, oppure rifiuta l'articolo; in ogni caso verrà fornito agli autori un feedback.

In caso di accettazione da parte del Comitato Scientifico, si autorizzerà la pubblicazione e la stampa del lavoro assegnando, inoltre, il numero della rivista e l'anno in cui sarà pubblicato.

La fase di correzione delle bozze e di stampa del lavoro richiede circa 1 mese.

4. VARIE

Il Comitato Scientifico si aspetta che gli autori che inviano i propri manoscritti alla Rivista siano disponibili ad accettare di collaborare come *referee* nel caso in cui venga presentata loro tale richiesta.

Gli articoli pubblicati sul Risparmio saranno segnalati nelle bibliografie ECONLIT e EJEL.

IL RISPARMIO

Editor

Nicola Mattoscio (University of Chieti-Pescara)

Administrative Editor

Giorgio Righetti (ACRI, Rome)

Editorial Board

Adriano Giannola (University of Naples “Federico II”)

Giuseppe Guzzetti (ACRI, Rome)

Valentino Larcinese (London School of Economics)

Mario Nuzzo (LUISS, Rome)

Antonio Patuelli (ABI, Rome)

Dominick Salvatore (Fordham University of New York)

Pasquale Lucio Scandizzo (University of Rome “Tor Vergata”)

*«Il Risparmio Review» is included in JEL on CD, e-JEL and Econlit,
the electronic indexing and abstracting service
of the American Economic Association*

1

Anno LXVII – n. gennaio - marzo 2019

Rivista trimestrale dell'ACRI - Associazione di Fondazioni e di Casse di Risparmio Spa



Redazione:
Via del Corso, 267 - 00186 Roma
Tel. 06.68.18.43.87 - Fax 06.68.18.42.23
elisabetta.boccia@acri.it
www.ilrisparmioreview.it
www.acri.it

Codice ISSN 0035-5615 (print)
Codice ISSN 1971-9515 (online)

Le opinioni espresse negli articoli firmati o siglati
impegnano unicamente la responsabilità dei rispettivi Autori.
La riproduzione dei testi è consentita, purché ne venga citata la fonte.

SOMMARIO

ROBERTO MARCELLI - ANTONIO GIULIO PASTORE - AMEDEO VALENTE

L'ammortamento alla francese.

Il regime composto e l'anatocismo: la verità celata

Depreciation in the french.

The compound regime and anatocism: the hidden truth

5

PAOLO AGNESE - ANTONIO FASANO

Politiche monetarie straordinarie e riflessi sul *funding* bancario

Extraordinary monetary policies and impacts on bank funding

85

CARLO MARI - GRAZIANO ARETUSI

Sull'ammortamento dei prestiti in regime composto e in regime semplice:

alcune considerazioni concettuali e metodologiche

Amortizing loans under compound and simple interest laws:

some conceptual and methodological insights

115

**L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME
COMPOSTO E L'ANATOCISMO: LA VERITÀ CELATA**

*DEPRECIATION IN THE FRENCH.
THE COMPOUND REGIME AND ANATOCISM: THE HIDDEN TRUTH*

Roberto Marcelli

Presidente

*ASSO.CTU - Associazione Nazionale Consulenti tecnici
Associazione Nazionale Consulenti del Tribunale*

President

*ASSO.CTU - National Association of Technical Consultants
National Association of Court Consultants*

Antonio Giulio Pastore

*Consulente finanziario
Financial advisor*

Amedeo Valente

*Consulente finanziario
Financial advisor*

Viene analizzato il finanziamento a rimborso graduale, nelle due varianti, alla francese e all'italiana, nella definizione correntemente impiegata nei contratti predisposti dagli intermediari, rilevando i diversi piani che emergono dall'impiego del regime semplice e composto e, per quest'ultimo anche dal criterio di calcolo degli interessi. Negli piani alla francese, a differenza di quelli all'italiana, si riscontra, oltre all'anticipazione nel pagamento degli interessi maturati, la corresponsione complessiva di un monte interessi esponenziale. Ne derivano palesi criticità che investono sia la legittimità dell'utilizzo del regime composto, sia la violazione dei principi di buona fede, correttezza e trasparenza.

PAROLE CHIAVE: INTERESSE SEMPLICE • INTERESSE COMPOSTO • AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE • AMMORTAMENTO ALL'ITALIANA • LEGGE ESPONENZIALE • ANATOCISMO • TRASPARENZA

Summary. Analysis of the gradual loan repayment, both French loan, with fixed instalments, and Italian loan, with fixed capital, based on the common definition used by the financial intermediaries, and point out the different results that emerge from the usage of simple and compound interest, as well as from the compound interest calculation. In the French loan, in contrast with the Italian loan, in addition to the advancing payment of the interests, there is also the payment of the exponential total interest. Resulting critical pains concerning the legality of the compound interest and the principles of transparency.

KEYWORDS: SIMPLE INTEREST • COMPOUND INTEREST • FRENCH LOAN • ITALIAN LOAN • EXPONENTIAL PROCESS • ANATOCISM • DISCLOSURE

1. Introduzione.

I finanziamenti a rimborso graduale: la prospettiva matematica e i riflessi giuridici.

L'ammortamento alla francese (o a rata costante), con il frazionamento in più periodi del rimborso del capitale e del pagamento degli interessi, nelle modalità ricorrentemente impiegate dagli intermediari creditizi, adotta la legge dell'interesse composto - accelerata rispetto ad una crescita proporzionale - che realizza, nella successione di sca-

denze, una spirale ascendente del monte interessi. Questa è una verità assodata in ambito matematico-finanziario: stupiscono talune reiterate pronunce giudiziarie che affermano il contrario.¹

Autorevoli cattedratici ed esperti finanziari, con circostanziate e ineludibili argomentazioni, hanno confermato più volte l'impiego della capitalizzazione composta nei piani di ammortamento adottati dagli intermediari finanziari nei prestiti a rimborso graduale. Da tale evidenza si è fatto discendere, con automatico giudizio, un implicito anatocismo, 'frettolosamente' assimilato da parte di taluni al regime composto dell'interesse, la cui natura, tuttavia, appare *prima facie* propriamente più finanziaria che giuridica.

Anatocismo è un termine che non appartiene alla matematica finanziaria, dove ogni interesse diviene capitale – si capitalizza – alla scadenze convenute nel regime adottato (semplice o composto). Nel lessico giuridico si distingue, invece, l'anatocismo dalla capitalizzazione, con peculiari aspetti di connessione e distinzione dai concetti impiegati nella scienza finanziaria.

Sul piano giuridico, mentre si coglie una significativa differenziazione fra anatocismo e capitalizzazione, rimane in un alveo opaco ed ambiguo la sinonimia fra anatocismo e regime composto. Si è osservato che l'espressione inglese '*compound interest*' (interesse composto) è ampiamente preferita nell'inglese *Common law*, mentre nel diritto continentale si è adottato il termine anatocismo di chiara estrazione greco-latina, più strettamente aderente alla produzione di interessi su interessi. Le due espressioni sono accostate, ma non si identificano,

1) Tra le molte sentenze fuorviate da tale assunto, si veda Trib. di Milano, L. Cosentini, n. 5733/14, nella quale, riprendendo un sostanziale travisamento in cui incorre il CTU, riporta: 'il CTU ha rilevato che la formula matematica in questo caso "utilizza la legge dello sconto composto" ma unicamente al fine di individuare la quota capitale da restituire in ciascuna delle rate prestabilite (criterio che in alcun modo si pone in danno del mutuatario, essendo assicurato – e agevolmente verificabile – che la somma di tali quote sia pari all'importo mutuato), mentre non va ad incidere sul separato conteggio degli interessi, che nel piano di ammortamento alla francese risponde alle regole dell'interesse semplice'. Si trascura che è proprio il diverso ordine delle quote capitale poste a rimborso, come sopra determinato, che va ad incidere sul conteggio degli interessi. Risulta di palmare evidenza che l'impiego della formula esponenziale applicata nella determinazione della rata, induce una maggiorazione della stessa che, a capitale invariato, è rivolta esclusivamente ad incrementare gli interessi dell'anatocismo, rispetto alla formula progressiva semplice.

coogliendo aspetti di diversa natura, la prima di chiara impronta matematica, la seconda più propriamente giuridica.

Il concetto di regime composto si qualifica nella velocità di produzione degli interessi – calcolata a ciascuna scadenza sul montante - che risulta indipendente dal pagamento o capitalizzazione degli stessi; l'anatocismo si colloca in un alveo più ristretto, rivolto esclusivamente alla prestazione del prestatore, qualificandosi esclusivamente nella produzione degli interessi in una lievitazione esponenziale con il tempo: diversamente, con il pagamento degli interessi maturati alla scadenza, viene meno, di regola, il processo di produzione secondario (interessi su interessi) e l'ascesa esponenziale degli stessi in capo al prestatore.

Nei finanziamenti a rimborso graduale con ammortamento alla francese con l'utilizzo del regime composto, accompagnato dal pagamento periodico degli interessi maturati, anticipatamente e disgiuntamente dalla scadenza del capitale, anche se si conseguono, sul piano economico-finanziario, i medesimi effetti dell'anatocismo, formalmente non si riscontra alcuna produzione di interessi su interessi. Ancorché la rata dell'ammortamento sia convenuta e determinata nel regime finanziario composto, gli interessi, maturati sul debito residuo, risultano sistematicamente pagati ad ogni scadenza e quindi rimangono del tutto 'primari' (interessi su capitale), non ricorrendo produzione alcuna di interessi 'secondari' (interessi su interessi).

Con questa intuitiva, significativa e consistente argomentazione, buona parte della giurisprudenza di merito ha reiteratamente negato ogni forma di anatocismo nei finanziamenti con ammortamento alla francese, arrivando finanche a ravvisare la temerarietà della domanda. Tuttavia, in rapporto sia all'art. 1283 c.c., sia all'art. 120 TUB, 2° comma, una sostanziale criticità ermeneutica può insorgere, ancor prima della scadenza, nella pattuizione del regime composto dell'interesse. Ma anche nel calcolo degli interessi, ancorché riferiti al debito residuo, si può matematicamente rilevare un legame funzionale, diretto e proporzionale, agli interessi pregressi.

Per l'ammortamento alla francese (altrimenti detto a rata costante) che rappresenta, in somma prevalenza, il piano usualmente adottato dagli intermediari nei finanziamenti a rimborso graduale, le numerose sentenze che si sono succedute negli ultimi anni hanno per lo più

appuntato l'attenzione sulla tematica dell'anatocismo ma, pur riconoscendo, in taluni sporadici casi, l'impiego del regime composto, non sembra abbiano compiutamente scandagliato e sciolto le criticità che tale regime dal piano tecnico riversa sul piano giuridico, sia per gli aspetti propri alla legittimità del calcolo, sia per quelli relativi alla trasparenza, diligenza e buona fede.

Nell'ammortamento alla francese, al medesimo TAN pattuito in contratto, a seconda del regime impiegato, corrispondono costi per interessi diversi, più alti nel regime composto, più bassi nel regime semplice: nella differenza si palesa la componente anatocistica dell'obbligazione accessoria implicitamente inclusa nel valore della rata riportata in contratto. L'intermediario non indica i criteri di determinazione della rata, né quelli relativi alla sua composizione, bensì fornisce direttamente il valore della rata e, in allegato, i valori della quota capitale e quota interessi; come pervenga a tali valori rimane un'omissione che nasconde pregnanti criticità in tema di anatocismo, oltre che disattendere i più elementari principi di trasparenza, correttezza e buona fede.

Volendo evitare pronunciamenti ispirati al semplicismo o informati al pregiudizio, quando non deviati da valutazioni tecniche espresse da 'sedicenti consulenti accademici', l'attenzione e riflessione del discriminate giuridico vanno rivolte agli elementi di criticità che insorgono su due distinti fronti:

quello attinente alla coerenza e compatibilità dell'impiego del regime composto degli interessi con il presidio all'anatocismo, nei contorni giuridici dettati dall'art. 1283 c.c., integrati dal nuovo art. 120 TUB, comma 2, lettera b), oltre che con il principio di proporzionalità dei frutti civili prescritto dall'art. 821 c.c. e richiamato dall'art. 1284 c.c.; quello attinente ai principi di buona fede, correttezza e trasparenza che, soprattutto nei rapporti creditizi regolati da contratti predisposti in serie unilateralmente dall'intermediario, assumono risvolti di pregnanza sostanziale, per i rigorosi presidi che l'ordinamento pone a protezione e garanzia dell'equilibrio, dell'informazione e, in particolare, della consapevolezza degli impegni assunti dal prestatore di fondi, presidiati dall'art. 117 TUB, oltre che dall'art. 1195 c.c. A questo fronte si accompagna, sovrapponendosi, una significativa problematicità di rispetto dell'art. 1284 c.c., di concerto con l'art. 1815 c.c.

nella determinazione degli interessi, quali corrispettivo del prezzo del finanziamento.

1.1 Il regime dell'interesse composto: aspetti di legittimità.

L'anatocismo richiamato e consentito dall'art. 1283 c.c. secondo taluni attiene esclusivamente agli interessi, in qualunque forma prodotti, ma giuridicamente configurabili come scaduti ed esigibili: di tali interessi il creditore può pretendere l'immediato pagamento ancorché non possa pretendere l'automatica fruttuosità nell'insolvenza. La dottrina prevalente sembra tuttavia propendere per una lettura restrittiva dell'art. 1283 c.c., che prescinde dall'esigibilità o meno degli interessi: il requisito degli interessi scaduti costituisce l'esclusiva *condicio sine qua non* di producibilità degli interessi su interessi.

Nei piani di rimborso graduale alla francese (a rata costante), ordinariamente sviluppati in regime composto, la criticità con l'art. 1283 c.c. e, dopo la recente rivisitazione legislativa, anche con l'art. 120 TUB, ancor prima della scadenza degli interessi, appare insorgere nella convenzione pattizia che regola la determinazione del monte interessi maggiorato, attribuita al piano di ammortamento.

La scienza finanziaria distingue sostanzialmente due modalità di regolare i rapporti finanziari nel tempo, caratterizzate da specifici algoritmi matematici che fungono da raccordo fra il capitale inizialmente finanziato e quello futuro di rimborso: regime semplice e regime composto. La scelta fra dette alternative (regime semplice e composto) è implicitamente considerata anche nelle disposizioni di Trasparenza della operazioni e dei servizi bancari e finanziari della Banca d'Italia. Nelle disposizioni in vigore sino al 30 settembre 2015, nell'Allegato 4B relativo al foglio informativo del mutuo offerto a consumatori, alla nota (5) si riporta: *‘Se nel piano di ammortamento si applica il regime di capitalizzazione composta degli interessi, la conversione del tasso di interesse annuali i_1 nel corrispondente tasso di interesse infrannuale i_2 (e viceversa) segue la seguente formula di equivalenza intertemporale $i_2=(1+i_1)^{1/12}-1$ ’.*²

2) Nelle successive disposizioni, nel prospetto informativo europeo standardizzato (PIES) si riporta ‘Se il contratto di credito prevede il rimborso differito degli interessi (ossia quando gli interessi non sono rimborsati interamente con le rate ma si cumulano

Non vi è motivo di dubitare che nel piano di ammortamento alla francese, fissato importo, scadenze e TAN, la rata è univocamente determinata in un valore unico, distintamente più basso nel regime semplice, più alto nel regime composto. Nel primo si realizza un monte interessi corrispondente ad una crescita lineare, proporzionale al capitale finanziato, nel secondo si realizza una crescita esponenziale, esito dell'anatocismo indotto dal regime impiegato.

È pacifico, in matematica finanziaria, che l'interesse in formula semplice, calcolato sul debito residuo, per l'imputazione degli interessi nella rata, non qualifica il regime finanziario che governa il piano, né tanto meno è indicatore della crescita lineare degli interessi: solo dal monte interessi che riviene dalla somma delle rate (montante), rispetto al capitale finanziato, è possibile evincere il regime impiegato (semplice o composto) e quindi la natura proporzionale o esponenziale dello stesso.

La maggiorazione del monte interessi non deriva dal criterio di imputazione in quanto lo precede: solo un monte interessi conseguito con l'impiego del regime composto può consentire l'applicazione del TAN al debito residuo. Ancor prima di stabilire i criteri di imputazione a capitale e interessi della rata costante, riportati in allegato al contratto, nel fissare il valore della stessa, attraverso l'equivalenza $R=C/\sum 1/(1+i)^k$, concettualmente si stabilisce la legge intertemporale che regola il contratto, convenendo la produzione composta degli interessi.³ In altro dire, con la determinazione della rata in regime composto, risulta già convenuto e definito il pagamento di una duplice obbligazione, quella relativa al rimborso del capitale ricevuto e, per differenza (somma delle rate, meno il capitale da rimborsare), quella relativa al debito accessorio, espresso dal monte interessi, già pregno dell'anatocismo, corrispondente alla maggiorazione apportata alla rata, rispetto al monte interessi del regime semplice [$R=C/\sum 1/$

all'importo totale del credito residuo) sono illustrate le conseguenze per il consumatore con riguardo al debito residuo'. E, per la Sezione 7. Tabella di ammortamento semplificativa, si riporta: 'Questa sezione è compilata quando: i) il tasso di interesse è fisso per tutta la durata del contratto di credito o ii) il contratto prevede il rimborso differito degli interessi (gli interessi non sono integralmente rimborsati con le rate e sono, invece, aggiunti all'importo totale del credito residuo)'.

3) Nel regime semplice la rata è data da $R=C/\sum 1/(1+k*i)$ ed assume sistematicamente un valore inferiore.

$(1+k_*i)$]. Nel menzionato algoritmo matematico, che presiede l'ammortamento alla francese praticato dagli intermediari creditizi, sembra ravvisarsi delle due l'una: o una causa illecita (art. 1343 c.c.) o un contratto in frode alla legge (art. 1344).

La convenzione anatocistica rimane inclusa nel valore stesso della rata pattuita, determinata con la formula dell'interesse composto, nella quale si esprime la volontà, questa sì giuridica oltre che matematica, di equiparare al capitale finanziato C , il corrispondente valore futuro, espresso da $M = C_*(1+i)^k$, comprensivo di interessi anatocistici, anziché il valore futuro, espresso da $M = C_*(1+k_*i)$, che lascerebbe improduttivi gli interessi maturati. La rata non potrebbe assumere il valore riportato in contratto senza convenire una legge composta di equivalenza finanziaria intertemporale che contempra la produzione di interessi su interessi.

In definitiva, nell'ammortamento alla francese, con l'espedito dell'impiego del TAN per la determinazione della rata in regime composto – in un'alchimia matematica (principio di scindibilità) che non sfugge agli iniziati – è possibile pervenire al medesimo esito della produzione di interessi su interessi, con interessi primari, pervenendo a combinare paradossalmente il pagamento anticipato degli interessi con la loro lievitazione esponenziale.

Nel rispetto del presidio imperativo posto dagli artt. 1283 c.c. e 120 TUB, non vi sono preclusioni giuridiche al pagamento degli interessi maturati, ancor prima della scadenza del capitale. Questa libertà, rimessa dall'ordinamento alla volontà delle parti, si traduce sostanzialmente, per contratti di adesione, in una piena discrezionalità dell'intermediario, al quale tuttavia compete l'obbligo di conciliare tale libertà con il divieto di anatocismo previsto dalla norma.

Non si può trascurare che l'art. 1283 c.c., nel limitare la regolazione dell'anatocismo agli interessi scaduti e dovuti almeno per sei mesi, ne vieta la precedente pattuizione che, per non vanificare il divieto, non può che essere estesa sia all'interesse scaduto che maturato. Né si può ignorare che, per i rapporti di credito che esulano dal conto corrente, la nuova formulazione dell'art. 120 TUB introduce un divieto imperativo di anatocismo espressamente riferito agli interessi maturati; al comma 2, lettera b) si dispone che: *'gli interessi debitori maturati, ivi compresi quelli relativi a finanziamenti a valere su carte di cre-*

dito, non possono produrre interessi ulteriori, salvo quelli di mora, e sono calcolati esclusivamente sulla sorte capitale'. In tale disposto può ravvedersi la prescrizione – sul piano sostanziale, ancor prima di quello formale – di un rigoroso rispetto del criterio di proporzionalità dei frutti del denaro, sancito dall'art. 1284 c.c. di concerto con l'art. 1815 c.c. e previsto dall'art. 821 c.c., escludente ogni pattuizione, diretta o implicita, di produzione di frutti sui frutti.⁴

A differenza del mercato finanziario, permane incontrastata nel mercato del credito un'endemica, radicale carenza di concorrenza, con proliferazione di forme variegata di rendite di posizione, che innalzano il costo del credito su livelli fra i più elevati nella Comunità europea, riversandosi su consumatori e imprenditori, con un mercato pregiudizio sullo stesso sviluppo economico del paese. Debole, per lo più sporadica ed occasionale, è apparsa l'opera dell'AGCM alla quale l'ordinamento, da oltre un decennio, ha esteso la competenza istituzionale di protezione e promozione della concorrenza nel mercato del credito. Significative sono risultate le avversioni e pressioni - da parte degli operatori bancari e pur anche dell'Organo di Vigilanza - volte a contrastare ogni preclusione e impedimento all'anatocismo, uniformando al mercato finanziario, composto da professionisti, le regole che presiedono il mercato del credito, caratterizzato, invece, da operatori *retail* che accedono al credito solo ed esclusivamente attraverso contratti di adesione uniformemente predisposti dagli intermediari.

1.2 Il regime dell'interesse composto: aspetti di trasparenza, buona-fede e correttezza.

Nei contratti di finanziamento a rimborso graduale, l'impiego diffu-

4) 'Il saggio di interesse costituisce, infatti, la misura della fecondità del denaro (predeterminata ex legge o stabilita dalla autonomia negoziale) ed è normalmente determinato con espressione numerica percentuale in funzione della durata della disponibilità e dell'ammontare della somma dovuta o del capitale (cfr. art. 1284 c.c., comma 1), ed opera, pertanto, su un piano distinto dalla disciplina giuridica della modalità di acquisto del diritto, fornendo il criterio di liquidazione monetaria dello stesso indipendentemente dal periodo - corrispondente od inferiore all'anno - da assumere a base del conteggio (ne caso in cui occorra determinare, sulla base di un saggio di interesse stabilito in ragione di anno, l'importo degli interessi per un periodo inferiore, bisogna dividere l'ammontare degli interessi annuali per il numero di giorni che compongono l'anno e moltiplicare il quoziente per il numero dei giorni da considerare)'. (Cass. n. 20600/2011).

so della capitalizzazione composta, oltre a sollevare per l'ammortamento alla francese apprezzabili perplessità sul piano della legittimità, non sembra accompagnarsi ad un adeguato bilanciamento delle parti, con una idonea e compiuta informazione e trasparenza delle scelte adottate dagli intermediari nella predisposizione dei piani di ammortamento sottoposti all'adesione dell'operatore *retail*: frequentemente condizioni di rilievo vengono omesse o, come le dizioni 'alla francese' e 'all'italiana', rimangono fraintese alla comprensione, creando aspetti sostanziali di indeterminatezza e vizio del consenso. Si fornisce il dettaglio e il titolo degli importi da corrispondere alle distinte scadenze, ma non è dato conoscere come a tali importi si pervenga: si lascia l'operatore *retail* nell'assoluta impossibilità, in via ordinaria, di acquisire consapevolezza delle scelte imposte dall'intermediario. Questo rispecchia un'ancestrale prevaricazione contrattuale che i principi di trasparenza, già da tempo acquisiti nell'ordinamento, hanno ampiamente rimosso e sanzionato.

Nei finanziamenti a rimborso graduale, al di là del *nomen* (alla francese, all'italiana, ecc..), non risulta alcuna univoca indicazione del regime finanziario composto e del sistema di calcolo degli interessi, né questi possono essere ricavati, solo in via induttiva, da una serie di valori riportati in allegato, il cui criterio di determinazione rimane inaccessibile ai non specialisti. Se poi il finanziamento è a tasso variabile, anche in presenza dell'allegato, riportante il piano di rimborso del capitale, rimane spesso, pure in via induttiva, inaccessibile l'acquisizione del criterio di calcolo degli interessi, che rimane quindi indeterminato.

Anche la Direttiva sul credito al consumo 2008/48/CE e l'art. 117 TUB dispongono, tra gli elementi previsti in contratto, '*il tasso debitore, le condizioni che ne disciplinano l'applicazione,*'. Tra queste ultime non sembra si possa 'tacere' il regime di capitalizzazione composta, né tanto meno il criterio di calcolo degli interessi. Risulta alquanto più significativa l'indicazione in contratto del regime finanziario e del criterio di calcolo degli interessi, rispetto ad una mera elencazione tabellare in allegato di importi che, noto l'importo della rata, da soli, poco o nulla aggiungono all'acquisizione della consapevolezza dell'impegno assunto; nell'ampia profusione dei valori tabel-

lari si omettono gli elementi essenziali che caratterizzano il finanziamento, che rimangono inespresi sia nell'allegato che nel corpo del contratto.

In matematica finanziaria le tipologie di ammortamento (francese, italiana, ecc..) si combinano con i regimi finanziari di regolamentazione del piano di rimborso (regime finanziario semplice o composto). Per la tipologia di ammortamento alla francese (o a rata costante), ad esempio, accanto all'usuale regolamentazione in capitalizzazione composta, se ne riscontra una seconda, ancorché ormai desueta, che sviluppa il piano di ammortamento in capitalizzazione semplice, con una più moderata rata a carico del cliente. La prima forma di ammortamento ha incontrato nel tempo una generale e uniforme diffusione fra gli intermediari, favorita dalla menzionata asimmetria contrattuale ed informativa che presiede i rapporti di credito, accompagnata da una significativa opacità delle condizioni contrattuali che riflettono sulla clientela una sostanziale inconsapevolezza delle condizioni adottate dall'intermediario nella predisposizione del piano di rimborso del capitale e del pagamento degli interessi.

Risulta assai frequente riscontrare lo stupore e la 'sorpresa' ex art. 1195 c.c. della clientela *retail* che, dopo aver pagato per più anni le rate del mutuo, costata un debito residuo ancora marcatamente elevato. Questa 'sorpresa' è la logica risultanza del regime composto adottato dall'intermediario, che rimane celato nei valori tabellari riportati nell'allegato al contratto. Tale sorpresa, più che la modesta emancipazione finanziaria del cliente, denuncia un sostanziale vizio del consenso, riconducibile all'omissione in contratto delle condizioni che qualificano il maggior onere 'caricato' sugli impegni finanziari del cliente stesso.

D'altra parte l'art. 6 della Delibera CICR 9 febbraio '00, prima dei mutamenti introdotti dal legislatore nell'art. 120 TUB, prevedeva che le clausole relative alla capitalizzazione infrannuale degli interessi non avessero effetto se non fossero specificatamente approvate. Ma prima ancora di essere specificatamente approvate, devono essere specificatamente riportate nel testo del contratto.

I pregnanti dubbi e perplessità, in tema di violazione/elusione 'sostanziale' del divieto imperativo posto dall'art. 1283 c.c. e dall'art. 120 TUB, che emergono dalle evidenze accertate in sede tecnico-

finanziaria, congiunti con le carenze ed omissioni riscontrabili negli accordi pattizi, accostati forse dalla giurisprudenza con un improprio pregiudizio, sono state sommariamente liquidate senza un compiuto approfondimento, pervenendo talvolta ad apprezzamenti che, come sostiene G. Colangelo, sembrano voler *'piegare la scienza a negare se stessa'*⁵.

Le contestazioni e i ricorsi in materia di finanziamenti a rimborso graduale non risultano affatto sopiti e la stessa giurisprudenza non sembra aver trovato al riguardo un approdo unanime e definitivo.⁶

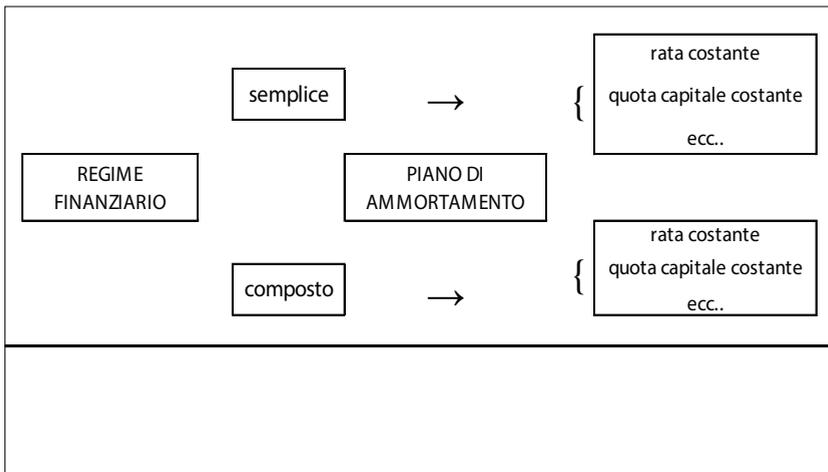
La circostanza che una buona parte dei finanziamenti, mutui e leasing siano interessati a tali criticità rende oltremodo opportuna un'attenta riflessione, senza frapporre remore e pregiudizi che inficerebbero il perseguimento di una corretta ed oggettiva lettura ermeneutica, volta a presidiare, con l'equilibrio del contratto, l'efficiente funzionamento del mercato del credito. Nel presente lavoro si ripercorrono e approfondiscono i tratti finanziari che caratterizzano il regime finanziario che regola i piani di ammortamento. Scandagliando *funditus* le diverse prospettive che informano sul piano finanziario il regime composto e sul piano giuridico l'anatocismo, si vuole pervenire a dirimere e chiarire i diversi approdi che qualificano da un lato la scienza finanziaria e dall'altro l'ordinamento giuridico, analizzando gli aspetti di assimilazione e divergenza, e dipanando le risultanze avanzate dai matematici, per discriminare ciò che resta un concetto tecnico che si arresta nell'ambito scientifico-finanziario, da ciò che invece riflette aspetti che travalicano nell'ambito del diritto. Con l'intento preordinato di valutare la piena coerenza del piano di ammortamento - in particolare quello francese, come viene diffusamente impiegato - con i principi che sottendono ed informano l'ordinamento giuridico.

5) G. Colangelo, Interesse semplice, interesse composto e ammortamento alla francese, Il Foro Italiano, 2015.

6) Permangono apprezzabili dubbi e perplessità che, oltre ad investire la legittimità e coerenza dell'utilizzo della capitalizzazione composta con gli artt. 820, 821, 1283, 1284, 1815 c.c., 1418 c.c. e l'art. 120, 2° comma, lettera b) del TUB, coinvolgono la buona fede, correttezza e trasparenza, direttamente e indirettamente implicanti gli artt. 1184, 1195, 1337, 1341, 1344, 1346, 1370, 1418 c.c., nonché il Titolo VI del TUB e gli artt. 21, 33, 34, 35 e 36 del Codice del Consumo.

2.1 Il regime finanziario: semplice e composto.

Nei finanziamenti si scambiano capitali in tempi diversi: ciò rende imprescindibile stabilire una legge di equivalenza intertemporale che equipari sul piano economico-finanziario l'insieme degli spostamenti di capitali che intercorrono fra le parti nel tempo. L'equiparazione nel tempo si realizza attraverso il riconoscimento degli interessi, secondo un algoritmo di calcolo, funzione del tempo e del capitale movimentato. Ad ogni tipologia di ammortamento – che si caratterizza nelle modalità e tempi di rimborso del capitale e pagamento degli interessi - la scienza finanziaria associa due alternative regole di equivalenza intertemporale: capitalizzazione semplice e capitalizzazione composta.⁷ Preliminare ad ogni trattazione delle metodologie di ammortamento (rata costante, quota capitale costante, ecc.), si pone quindi la scelta del regime finanziario, che essenzialmente può essere circoscritto alle due menzionate metodologie, rispondenti a principi diversi e per più aspetti sostanzialmente contrapposti.



7) 'Intendiamo in generale per regime di capitalizzazione un complesso di principi economico-finanziari e di convenzioni che regolano lo svolgimento di un'operazione finanziaria e permettono di definire le leggi di capitalizzazione e le leggi di sconto con cui effettuare le valutazioni connesse all'operazione stessa. Nella prassi finanziaria si hanno due regimi fondamentali: il regime di capitalizzazione semplice e il regime di capitalizzazione composta, dai quali derivano regimi di capitalizzazione mista'. (G. Varoli, *Matematica finanziaria*, Patron 2011).

È opportuno fugare subito una diffusa ambiguità: ‘capitalizzazione semplice’ è un’espressione poco felice per significare ‘senza capitalizzazione’; nel regime semplice gli interessi, anche se vengono periodicamente calcolati sul capitale in essere (mensilmente, trimestralmente, semestralmente, annualmente), divengono esigibili solo alla scadenza del capitale (in matematica fondendosi allo stesso, in diritto unendosi allo stesso nell’esigibilità ma conservando la distinta natura).⁸ Nel regime semplice l’interesse viene calcolato, pur anche contabilizzato, ma rimane ‘sterile’ sino alla scadenza del capitale, mentre nel regime composto, se non viene pagato alla scadenza, l’interesse si unisce al capitale, e costituisce il nuovo montante, produttivo di ulteriori interessi nei periodi successivi sino al relativo pagamento. Nel regime semplice gli interessi, prima della scadenza del capitale, maturano giorno per giorno, ma rimangono improduttivi: in particolare, nei finanziamenti a rimborso graduale, con il regime semplice, la previsione di pagamenti periodici viene riferita esclusivamente agli interessi relativi al capitale posto in scadenza, maturati dall’inizio alla data di pagamento, che divengono esigibili contestualmente al capitale in scadenza.

Nel regime composto, invece, gli interessi vengono calcolati periodicamente e, o vengono pagati, o si fondono immediatamente con il capitale: in quest’ultima circostanza il capitale lievita di periodo in periodo, in successive capitalizzazioni degli interessi sino alla scadenza del finanziamento.⁹ La capitalizzazione degli interessi e il pagamento anticipato risultano aspetti assimilati del regime composto: in entrambe le circostanze gli interessi perdono la loro natura, divenendo produttivi, in un caso a carico del mutuatario, nell’altro nell’impiego che il mutuante può effettuare in un altro finanziamento. Questo aspetto,

8) Come osserva E. Levi: ‘... non si dovrebbe parlare di capitalizzazione semplice. Ma questa terminologia è molto usata, intendendo la parola “capitalizzazione” come dinamica del capitale nel tempo’ (E. Levi, Corso di matematica finanziaria e attuariale, pag. 22, Ed. Giuffrè, 1964).

9) Al momento del pagamento, l’interesse perde la sua natura accessoria, divenendo capitale, eventualmente produttivo di interessi altrove, nel portafoglio del mutuante: ‘Importa rilevare che, in generale, la modalità di formazione dell’interesse (se si vuole: la velocità con cui il capitale investito cresce con il passare del tempo) non ha niente a che fare con quella secondo la quale l’interesse prodotto viene staccato e reso disponibile’ (F. Cacciafesta, In che senso l’ammortamento francese (e non solo esso) dia luogo ad anatocismo. Politeia, 120/2015).

come si mostrerà più avanti, risulta dirimente per discriminare la presenza o meno dell'anatocismo.

Con la scelta del regime semplice o composto, si individua la modellistica di produzione degli interessi; in altri termini, si conviene il criterio di equivalenza finanziaria fra l'importo del finanziamento che interviene al tempo t_0 e gli importi dei rimborsi che interverranno al tempo t_k ; stabilito il tasso di interesse, fra il capitale finanziato e i distinti rimborsi si crea un legame di equivalenza temporale, in funzione biunivoca: dato il capitale C al tempo t_0 , è determinato il montante M al tempo t_k e viceversa. I principi che presiedono il regime semplice e quello composto trattano gli interessi con modalità diametralmente distinte e diverse; tecnicamente l'anatocismo – inteso come interesse che produce altro interesse, matematicamente coincidente con la lievitazione esponenziale degli stessi - si può configurare nel regime composto, limitatamente ai casi nei quali gli interessi vengono capitalizzati anziché essere pagati. Questo aspetto qualifica una partizione nell'ambito operativo del regime composto, che consente di distinguere il sotto-insieme delle applicazioni nelle quali è possibile ravvisare l'anatocismo.

In ogni finanziamento viene indicato il TAN, acronimo di tasso annuo nominale 'i', detto anche convertibile k volte l'anno, $i_k = i/k$. Il TAN esprime anche il concetto economico di prezzo del finanziamento ai sensi dell'art. 1284 c.c., in combinazione con l'art. 1815 c.c. Nel regime finanziario semplice l'ammontare degli interessi si calcola, applicando il TAN convertito nella ragione della scadenza, sul capitale finanziato ($C \cdot i_k$). Nel regime finanziario composto l'ammontare degli interessi si calcola, sul montante maturato, comprensivo degli interessi precedentemente scaduti e rimasti impagati; se gli interessi vengono regolarmente pagati alla scadenza, il montante rimane costantemente espresso dal capitale e il TAN conserva la funzione di prezzo assegnatogli dall'art. 1815 c.c.; se, al contrario, gli interessi vengono capitalizzati, l'aggregato subisce una lievitazione esponenziale e la misura del TAN, quale espressione economica del prezzo, diviene fuorviante, risultando il TAN applicato al montante maturato, anziché al capitale finanziato.

2.1.1 Regime dell'interesse semplice e dell'interesse composto: proprietà e calcoli.

In ogni finanziamento il regime finanziario degli interessi assolve ad una funzione cardine del contratto: nel fissare l'algoritmo di equivalenza finanziaria nel tempo, il regime finanziario prescelto esprime la regola di calcolo del corrispettivo per l'utilizzo del capitale, pattuita fra le parti; l'omissione del regime finanziario può sostanzialmente pregiudicare la determinatezza del contratto.¹⁰

A) Il regime dell'interesse semplice ubbidisce al principio di additività. In questo regime la legge intertemporale di equivalenza, per un finanziamento a rimborso graduale, è data dalle relazioni di montante e valore attuale: $M=C_*(1+k_*i)$; $C=M/(1+k_*i)$, cioè a dire, al tasso i del 10%, l'importo di € 1.200 a due anni (t_2) è equivalente all'importo di 1.000 al tempo zero (t_0).¹¹ *'Se i è il tasso di interesse, l'interesse complessivo di un capitale C per un tempo t è: $I = C_*t_*i$. Si parla in tal caso di interesse semplice (...) l'interesse risulta proporzionale al tempo, anzi questa proprietà può assumersi come definizione dell'interesse semplice'*.¹²

Per un finanziamento di € 1.000, all'interesse annuo del 10%, su un orizzonte temporale di dieci anni, nel regime dell'interesse semplice, gli interessi convenuti in contratto, coerentemente con il criterio di progressività lineare, vengono periodicamente (annualmente nell'esempio) calcolati sul capitale iniziale, al quale si uniscono nel pagamento alla scadenza decennale.

10) In assenza di indicazione, l'ordinamento – sia con l'art. 821 c.c., sia con l'art. 1284 c.c. – richiama d'appresso il regime semplice dell'interesse.

11) Un'operazione finanziaria è in equilibrio in un determinato istante tk quando il valore delle prestazioni e quello delle controprestazioni sono eguali (principio di equivalenza finanziaria), secondo il regime adottato. Nel regime di capitalizzazione composta il principio intertemporale di equivalenza finanziaria è rispettato in ogni istante (tk) compreso nel periodo di finanziamento, mentre nel regime di capitalizzazione semplice, il principio di equivalenza finanziaria è rispettato solo tra il momento iniziale e il momento terminale del finanziamento (tn). Riporta il Varoli: 'In regime di capitalizzazione semplice non vale il principio di indifferenza dell'equilibrio finanziario, cioè il principio di equivalenza finanziaria non può essere applicato ad un tempo qualsiasi, ma solo al termine del periodo convenuto'. 'Ciò dipende dal fatto che la legge di capitalizzazione semplice è una legge "non scindibile".'

12) E. Levi, Corso di Matematica finanziaria e attuariale, 1964, Giuffrè.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

| Anno | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Montante maturato in capitalizzazione annuale semplice | 1.000 | 1.100 | 1.200 | 1.300 | 1.400 | 1.500 | 1.600 | 1.700 | 1.800 | 1.900 | 2.000 |
| Interesse maturato nell'anno | - | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 | 100 |

Nel regime finanziario semplice l'interesse maturato rimane proporzionale al capitale utilizzato e il pagamento interviene contestualmente al rimborso del capitale stesso; questi due aspetti caratterizzano e qualificano la natura del regime semplice. Se l'interesse è pagato anticipatamente rispetto al capitale, si verte in regime composto: nella circostanza, con il pagamento l'interesse diviene capitale, perde la sterilità e diviene produttivo di interessi nel portafoglio del creditore¹³.

B) Il regime dell'interesse composto ubbidisce al principio di scindibilità. In questo regime la legge intertemporale di equivalenza convenuta in contratto, per un finanziamento a rimborso graduale, è data dalle relazioni di montante e valore attuale: $M=C_*(1+i)^k$; $C=M/(1+i)^k$; cioè a dire, ad esempio, al tasso i del 10% l'importo di € 1.000 finanziato a due anni, lievita a € 1.100 al 1° anno e a € 1.210 al 2° anno: l'equivalenza finanziaria pattuita fra il capitale finanziato e quello rimborsato alle varie scadenze segue una progressione geometrica di ragione $(1+i)$. Con riferimento al finanziamento originario si perde la proporzionalità lineare degli interessi al tempo e al capitale finanziato, per acquisire una corrispondenza esponenziale, dipendente dalla frequenza dei sotto-periodi di capitalizzazione, riportata all'esponente della formula di progressione¹⁴.

13) 'Un'operazione si svolge in regime di capitalizzazione semplice quando l'interesse è disponibile solamente alla fine del periodo di impiego. Un'operazione si svolge in regime di capitalizzazione composta quando l'interesse è disponibile alla fine di ogni periodo di capitalizzazione'. (G. Varoli, *Matematica finanziaria*, Pàtron 2011).

Più precisamente occorrerebbe dire: quando l'interesse, a prescindere dalla successiva scadenza del capitale, è disponibile alla fine di ogni periodo, l'operazione si svolge in regime di capitalizzazione composta. 'Quando il titolo dà diritto a cedole d'eguale ammontare al termine di periodi di eguali trimestri, semestri, ecc., chi acquista il titolo può ritenere, pertanto, di aver investito il suo capitale ad interesse composto'. (C. E. Bonferroni, *Fondamenti di Matematica attuariale*, 1936-37).

14) Qui e nel seguito si tratta esclusivamente l'interesse composto discreto, cioè strutture a capitalizzazione non continua ma periodica. Ancorché l'art. 821 c.c. preveda la maturazione degli interessi giorno per giorno, la rilevazione degli stessi nel periodo (mese, trimestre, anno) viene sempre riferita al capitale in essere all'inizio del periodo, senza tener conto del montante che lievita per la maturazione graduale degli interessi stessi. Solo al termine del periodo prefissato ha luogo, nel regime composto, l'unificazione degli interessi al capitale.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

Un finanziamento di € 1.000, all'interesse annuo del 10%, su un orizzonte temporale di dieci anni, suddiviso in unità periodali annuali, nel regime dell'interesse composto, darà luogo alla seguente successione di montanti:

| Anno | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|--|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Montante in capitalizzazione annuale composta | 1.000 | 1.100 | 1.210 | 1.331 | 1.464 | 1.611 | 1.772 | 1.949 | 2.144 | 2.358 | 2.594 |
| Interesse dell'anno, maturati, scaduti e capitalizzati | - | 100 | 110 | 121 | 133 | 146 | 161 | 177 | 195 | 214 | 236 |

Gli interessi, coerentemente con il criterio di progressività esponenziale, vengono calcolati e uniti al capitale per formare il nuovo montante di riferimento. Il principio della capitalizzazione periodica degli interessi risponde al principio di scindibilità: al termine di ciascun intervallo temporale convenuto, il capitale incorpora gli interessi in un processo iterato per tutte le unità periodali convenute (mese, semestre, anno), sino al termine dell'orizzonte temporale di riferimento. Pertanto, nell'interesse composto il montante è proporzionale al capitale ed esponenziale con la durata, espresso nel rapporto funzionale: $M=C_*(1+i)^n$.

Nell'equivalenza finanziaria connessa al principio di scindibilità, risultano compresi nel regime composto sia il caso in cui gli interessi vengano, alla scadenza, uniti al capitale, sia il caso in cui gli interessi, venendo alla scadenza pagati, vadano a costituire un distinto capitale nel portafoglio del creditore. Elemento qualificante il regime di capitalizzazione composta è proprio la disponibilità dell'interesse a divenire capitale, per il tramite del pagamento o della capitalizzazione, alla fine di ciascun periodo in cui è frazionato il finanziamento, a prescindere dalla scadenza di quest'ultimo. Questa circostanza trova espressione, nei finanziamenti a rimborso graduale, nelle formule matematiche che fissano i rapporti fra Capitale (C), rata (R_k) e Montante (M) alla scadenza. Con la rata R_k si paga una porzione del capitale e tutti o parte gli interessi maturati. Attualizzando le rate R_k , ciascuna per il periodo di riferimento, si ottengono le quote parti di capitale iniziale rimborsate a ciascuna scadenza, $C_1, C_2, \dots, C_k, \dots, C_n = C$. Si presume che tutte le rate pagate possano all'occorrenza produrre nuovi interessi nel medesimo regime composto così che al termine del

periodo risultino rispettate le relazioni: $C = \sum R_k / (1+i)^k$ e $M = C \cdot (1+i)^n = \sum R_k \cdot (1+i)^{n-k}$.

Nel regime semplice il tasso di interesse si rapporta al tempo (k) in forma moltiplicativa, $(1+k \cdot i)$; nel regime composto il tasso di interesse si rapporta al tempo in forma esponenziale, $(1+i)^k$. Questo aspetto risulterà dirimente nel distinguere il regime che presiede i finanziamenti a rimborso graduale.

Il prezzo del finanziamento è espresso dagli interessi, corrispondenti alla differenza $M - C$. Strettamente implicito nel prezzo è il concetto di proporzionalità: come per ogni altro prodotto o servizio, il prezzo del finanziamento è commisurato proporzionalmente al capitale ricevuto e al tempo del godimento. Il prezzo del finanziamento viene usualmente espresso anche attraverso l'aliquota percentuale che si impiega per la sua determinazione, cioè il tasso annuo. Tuttavia, mentre nel regime semplice il criterio di proporzionalità implicito nel concetto di prezzo viene rispettato dal tasso che ne costituisce lo strumento di misura e determinazione, così che alternativamente possa impiegarsi il tasso annuo di interesse o il valore annuo degli interessi associati al finanziamento, nel regime composto si perde la proporzionalità del tasso e con essa il rapporto al prezzo, espresso dagli interessi: il tasso non misura più gli interessi, bensì solo l'accelerazione nella produzione degli stessi, ponendosi in un rapporto proporzionale al montante e quindi esponenziale al capitale finanziato. Nell'esempio sopra riportato, il tasso del 10% del regime semplice viene a costituire un'espressione del tutto corretta e alternativa all'ammontare degli interessi (€ 100) in ragione d'anno, mentre nel regime composto risulta fonte di apprezzabili fraintendimenti se inteso quale espressione del prezzo: quest'ultimo, dato dagli interessi di € 1.594, cioè € 159,4 in ragione d'anno, nel suo concetto di proporzionalità, non è più intercambiabile con il tasso (nominale) annuo impiegato, risultando imprescindibilmente dipendente dal regime composto, del quale il tasso diviene il parametro di accelerazione impresso ad ogni capitalizzazione. L'impiego del saggio di interesse, in alternativa al valore degli stessi, può risultare fonte di apprezzabili equivoci se associato al regime composto: sia il TAN che il TAE offrono un'informazione non così immediata ed intuitiva del monte interessi ri-

chiesto per il finanziamento, dovendosi concettualmente combinare con il parametri di accelerazione, in funzione delle scadenze oltre che della durata.

Al regime che regola il calcolo dell'interesse, è strettamente associato il concetto di 'forza dell'interesse' o 'intensità (istantanea) dell'interesse', definita dal limite:

$$\lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left(\frac{f(t+\Delta t) - f(t)}{\Delta t} * \frac{1}{f(t)} \right) = \frac{f'(t)}{f(t)}, \text{ dove } f(t) \text{ é la funzione montante.}$$

In tal modo si può distinguere l'interesse, espressione della differenza fra montante e capitale, dall'intensità dell'interesse, data dal rapporto dell'interesse stesso all'unità di tempo e di montante maturato, che esprime un concetto di accelerazione nel tempo.

La 'forza dell'interesse', $\delta(t)$, $\delta(t)$, si rapporta in modo biunivoco alla legge di capitalizzazione:

i) nella capitalizzazione composta, la forza dell'interesse,

$$\delta(t) = \frac{f'(t)}{f(t)} = \ln(1 + i), \text{ risulta } \underline{\text{costante}};$$

ii) nella capitalizzazione semplice, la forza dell'interesse,

$$\delta(t) = \frac{f'(t)}{f(t)} = \frac{i}{1+i*t}, \text{ risulta } \underline{\text{funzione inversa del tempo}}.$$

Il tasso di interesse nel regime semplice misura il prezzo, nel regime composto misura l'accelerazione indotta nella crescita del prezzo.

Ciò che distingue e qualifica il regime composto è la velocità di produzione del montante maturato, che rimane costante nel tempo: dopo ogni scadenza, i nuovi interessi si accrescono in un rapporto costante al nuovo montante. Nel regime semplice, invece, tale rapporto tende a flettere.

Con il regime composto, nei finanziamenti a rimborso graduale, risulta apprezzabilmente sfumata la differenziazione fra capitale ed interessi: rimane indifferente, all'atto del pagamento periodico, il titolo del pagamento se capitale o interesse, cioè l'imputazione della rata in quota capitale e quota interessi, rimanendo invariato il montante sul quale si producono nuovi interessi. Distinguendo il piano di rimborso – nel quale vengono fissati semplicemente capitale erogato, periodicità, durata e rata – dal piano di ammortamento, nel quale viene indicata anche la partizione di ciascuna rata in capitale ed interessi, nei finanziamenti a rimborso graduale, l'impiego del regime composto, in sé,

determina solo e soltanto il piano di rimborso: la composizione delle rate in quote capitale e interessi costituisce una scelta ulteriore e quale che sia quest'ultima, secondo la condizione prevista in contratto, sarà equivalente finanziariamente a tutte le altre scelte alternative (infinite), che possono derivare dal piano di rimborso individuato dalla capitalizzazione composta, sui parametri di riferimento convenuti. Nel regime semplice, invece, il collegamento al piano di ammortamento è diretto: la rata risulta univocamente determinata sia nel valore che nella partizione, dovendo gli interessi in pagamento essere esclusivamente riferiti alla quota capitale in scadenza.

Finanziariamente nella capitalizzazione composta è ininfluenza la composizione della rata prescelta: gli interessi maturati giorno per giorno, si fondono alla scadenza al capitale, determinando un montante indistinto dal quale è sottratta la rata. Questa circostanza – che caratterizza e distingue la capitalizzazione composta dalla capitalizzazione semplice - crea una prima disparità sul piano giuridico: nel regime composto, ad una diversa partizione (quota capitale e quota interessi) della stessa rata, con il medesimo esito sul piano finanziario, corrispondono realtà giuridiche diverse, risultando l'obbligazione principale (capitale) distinta dall'obbligazione accessoria (interessi). Nel regime composto, a differenza del regime semplice, il saggio di interesse, da solo, non consente di distinguere nella rata l'obbligazione principale dall'obbligazione accessoria: per altro, come si vedrà meglio nel proseguito, quest'ultima, nella sua unitarietà, risulta già definita con la rata nell'ammontare complessivo, indipendentemente dai criteri di imputazione.¹⁵

15) Per i mutui ad ammortamento la Cassazione ha reiteratamente precisato che 'la formazione delle rate di rimborso, nella misura composta predeterminata di capitale ed interessi, attiene alle mere modalità di adempimento di due obbligazioni poste a carico del mutuatario – aventi ad oggetto l'una la restituzione della somma ricevuta in prestito e l'altra la corresponsione degli interessi per il suo godimento – che sono ontologicamente distinte e rispondono a finalità diverse' (Cassazione n. 11400/14, Cfr. anche Cass. nn. 3479/71, 1724/77, 2593/03, 28663/13, 603/13, 2072/13).

2.1.2 Capitalizzazione composta con pagamento anticipato degli interessi maturati.

Nel regime finanziario composto, per ogni pagamento degli interessi che interviene al tempo t_k ($t_0 < t_k < t_n$) prima della scadenza del capitale (t_n), per il principio di scindibilità, l'equivalenza finanziaria si consegue in t_0 con il fattore composto di attualizzazione $1/(1+i)^k$; si consegue in t_n al termine del finanziamento, con il fattore composto di capitalizzazione $(1+i)^{(n-k)}$. Il principio di scindibilità della capitalizzazione composta consente di disporre dell'equivalenza intertemporale per ogni istante compreso nel periodo temporale da t_0 a t_n .

Nel regime finanziario semplice il pagamento degli interessi è previsto esclusivamente con la scadenza del capitale; a differenza del regime composto, l'equivalenza intertemporale è riscontrabile solo tra il momento iniziale e finale del finanziamento.¹⁶ Come rileva il Varoli: *‘nelle valutazioni delle operazioni che si svolgono in regime di capitalizzazione semplice il principio di equivalenza finanziaria deve essere applicato prendendo come tempo di valutazione la scadenza dell’operazione, scadenza stabilita quando è sorta l’operazione’*.¹⁷

Nel regime finanziario semplice l'equivalenza intertemporale non è propriamente significativa al di fuori di una pari scadenza di capitale ed interessi, nel senso che non esiste un metro di equivalenza finanziaria oggettivo che renda omogenee scadenze degli interessi in tempi dissimili dal capitale. Il tasso semplice, relativo a scadenze diverse, assume significati diversi: nel regime semplice non vi è alcun principio di coerenza logico-matematica che consenta di stabilire l'equiva-

16) Se poi il rimborso del capitale interviene in più momenti, l'equivalenza finanziaria si realizza distintamente e separatamente per ciascuna quota capitale posta in scadenza.

17) ‘Mentre, nel caso di una legge scindibile (come nel regime composto), si può immaginare, in linea teorica, che l’operazione si possa modificare ad ogni istante col versamento o il prelevamento di importi qualsivoglia (e sarà solo una questione pratica non interessante l’impostazione se, per ovvi motivi, il titolare di un deposito a risparmio non potrà ad esempio prelevare più del suo montante, e un correntista potrà invece sorpassarlo ma non oltre un certo massimo di “fido”, e così via), invece nei casi di non scindibilità restrizioni del genere (o almeno remore) sono essenziali per assicurarne il funzionamento. Fare la stessa operazione in modi diversi non è più infatti, in tal caso, equivalente; perché venga seguita la via prevista da una certa legge non scindibile, occorre quindi che, o le varianti accessibili al cliente siano per lui meno vantaggiose di quella prevista, o le varianti vantaggiose esistenti siano precluse da appropriate norme e divieti, od almeno rese malagevoli da spese accessorie o fastidi o rischi che s’incontrerebbero per realizzarle’ (B. De Finetti, *Lezioni di matematica finanziaria*, Ed. Ricerche, 1955).

lenza finanziaria fra importi il cui pagamento è convenuto in tempi diversi dal momento iniziale e finale del capitale. Per sopperire a tale carenza si rende necessaria un'apposita integrazione contrattuale che regoli l'eventuale estinzione anticipata del finanziamento.

In generale, per un rimborso unico alla scadenza, se si prende in esame ad es. il caso di estinzione anticipata in t_k di un'operazione scadente in t_n , per il valore di estinzione occorre introdurre una convenzione di equivalenza sussidiaria, integrativa del regime semplice regolante il decorso fisiologico del piano. Un principio sussidiario di equivalenza potrebbe essere il versamento di una somma a saldo pari a $C_k = C_*(1+k_*i)$, cioè il montante residuo maturato sino al tempo k , ma potrebbe anche essere: $C_k = [C_*(1+n_*i)]/[1+i_*(n-k)]$, cioè il valore C_k disponibile in t_k che permetta al creditore, con il suo reimpiego da t_k a t_n di ottenere in t_n il montante originariamente convenuto. *'Se i due operatori, precisa Varoli, convenissero di estinguere anticipatamente l'operazione con la somma $C_k = C_*(1+k_*i)$... non si potrebbero sollevare obiezioni perché i contraenti, di comune accordo, possono regolare i loro rapporti come vogliono, però si deve dire che in questo caso concettualmente l'operazione nel suo complesso non si svolge più in regime di capitalizzazione semplice'*.¹⁸

Nel regime semplice, nel rigore dei termini definitivi, non è possibile concepire alcuna forma di equivalenza intertemporale con pagamenti degli interessi in tempi diversi dalla scadenza del capitale. Il tratto caratteristico e definitorio del regime semplice è proprio il pagamento degli interessi congiunto al capitale di riferimento, cioè a dire il concetto di capitalizzazione/esigibilità alla scadenza del capitale.

Per i finanziamenti a rimborso graduale, nei quali si ha un momento iniziale nel quale interviene il finanziamento del capitale C_0 e tanti

18) Anche M. Caliri adatta il distinto pagamento periodico degli interessi prima della scadenza del capitale al regime finanziario semplice modificando tuttavia il calcolo degli interessi: 'È possibile tuttavia far riferimento alle altre leggi di capitalizzazione, ma in tal caso gli interessi verranno calcolati in maniera diversa; infatti, in capitalizzazione semplice, ogni quota costante di interesse è inferiore a C_*i , in quanto, rispetto agli interessi pagati a scadenza, se ne anticipa il godimento. Per calcolarne l'ammontare si osservi che ogni quota, indicata con Is , è ottenuta rateizzando gli interessi complessivi C_*i*n da corrispondere alla fine dell'operazione; pertanto, dovendo la rendita di rate Is essere equivalente finanziariamente al pagamento degli interessi C_*i*n in n , si ha: $C_*i*n = n*Is*[1+i_*(n-1)/2]$ dalla quale si ricava $Is = [C_*i/(1+i_*(n-1)/2)] < C_*i$ '.

momenti successivi corrispondenti ai rimborsi gradualmente C_k del finanziamento, l'equivalenza finanziaria concepita in contratto si realizza unicamente riportando a t_0 (attualizzazione) tutte le diverse scadenze dei rimborsi futuri.¹⁹ In caso di estinzione anticipata, la scelta del principio di equivalenza sussidiaria va ricondotta, per le alternative sopra menzionate, al debito residuo in essere all'atto della sopravvenuta chiusura anticipata.

Tornando al regime composto, una situazione peculiare si viene a creare quando gli interessi maturati ad ogni scadenza vengono pagati ancor prima che il capitale venga a scadenza: in tale circostanza si arresta la funzione ascendente del montante, che rimane invariato sull'importo del capitale finanziato. Non muta il regime finanziario composto del piano di ammortamento, che conserva la tipica accelerazione costante di crescita ma assume una forma 'ibrida': la lievitazione esponenziale degli interessi si arresta in capo al debitore e, mutando la natura, prosegue eventualmente nel portafoglio del creditore.²⁰

Pagare dopo dieci anni il capitale di € 1.000 e l'interesse composto del 10% (pari a € 1.594), o rimborsare il capitale dopo dieci anni e pagare ogni anno l'interesse del 10% (pari a € 100), sono rappresentazioni finanziarie equivalenti del medesimo regime finanziario composto: gli interessi, una volta pagati, perdono la 'sterilità'. Se gli interessi sono pretesi anticipatamente modificano la propria natura, costituendo altrove, nel portafoglio dell'intermediario, un diverso capitale che, persa la connotazione di 'sterilità', torna eventualmente produttivo di interessi, replicando le caratteristiche proprie del regime finanziario composto.

Diversamente, sul piano giuridico, rimangono estranee al rapporto le vicende che subiscono gli interessi una volta usciti dalla sfera del

19) Teoricamente l'equivalenza potrebbe essere individuata nel riportare al momento finale il pagamento delle rate, ma tale operazione non avrebbe attinenza con i termini contrattuali: la convenzione pattuita è esclusivamente rivolta all'equivalenza fra il momento iniziale e le n scadenze dei rimborsi previsti nel piano.

20) Il piano di rimborso del capitale a scadenza con pagamento periodico degli interessi si qualifica nell'ambito del regime composto di capitalizzazione: 'In questa forma di rimborso si riconosce la logica degli interessi maturati e via via liberati che si ricollega alla capitalizzazione composta e pertanto la quota annua di interessi è costante e pari a $C*i$ '. (M. Caliri, *Appunti di matematica finanziaria*, Giappichelli, 1998, pag. 126).

debitore. In tale connotazione del regime composto viene meno la sovrapposizione concettuale con l'anatocismo giuridico. L'ordinamento è rivolto ad evitare la spirale ascendente della produzione di interessi su interessi in capo al fruitore del credito: se il pagamento degli stessi interviene ad ogni scadenza, tale spirale viene meno.

Con il pagamento ad ogni scadenza degli interessi maturati, si configura una forma peculiare di regime composto, nella quale non si ravvisa alcuna produzione di interessi su interessi, né l'ascesa esponenziale degli stessi, elemento qualificante l'anatocismo stesso.

In matematica finanziaria non è uso parlare di anatocismo ma solo di capitalizzazione, o ancor meglio di regime finanziario dell'interesse composto, implicante concettualmente sia il caso che l'interesse maturato venga pagato prima della scadenza del capitale, sia il caso che l'interesse maturato venga aggiunto al capitale a scadere: entrambe sono informati ad una funzione esponenziale dell'interesse, ancorché nella prima forma non si assista, in capo al prenditore, ad alcuna produzione di interessi 'secondari' e si conservi la proporzionalità degli interessi al capitale finanziato, senza alcuna lievitazione ascendente degli stessi.²¹

Mentre il regime finanziario composto si caratterizza nell'accelerazione della velocità di produzione degli interessi, misurata dall'intensità istantanea costante, l'anatocismo si caratterizza e qualifica direttamente nella modalità di produzione degli interessi: il secondo implica il primo, ma non il viceversa. L'anatocismo implica il regime composto, ma quest'ultimo non comporta necessariamente il primo: la lievitazione esponenziale o proporzionale del monte interessi permette di distinguere, qualificare e discriminare la presenza o meno del rilievo giuridico dell'anatocismo.

Il regime composto presenta quindi una portata concettuale più estesa dell'anatocismo che si ricava dal dettato letterale dell'art. 1283 c.c. e dell'art. 120 TUB, 2° comma. In matematica finanziaria non vi è dif-

21) Si possono distinguere essenzialmente tre forme tipiche di rimborso dei finanziamenti:

1. Rimborso globale alla scadenza. Al termine del finanziamento si rimborso in un'unica soluzione l'intero montante, capitale ed interessi maturati;
2. Rimborso dell'intero capitale alla scadenza e pagamento periodico degli interessi maturati.
3. Rimborso periodico del capitale e degli interessi maturati mediante rate che ammortizzano in parte il capitale e in parte o per intero gli interessi maturati.

ferenza di regime se l'interesse viene pagato anziché essere capitalizzato, in quanto l'intensità di produzione del debito in essere non muta, collocandosi a monte del pagamento e/o capitalizzazione; al contrario sul piano giuridico, se con il pagamento l'interesse fuoriesce dal montante a debito e determina l'arresto della spirale ascendente, in capo al debitore viene meno l'effetto esponenziale sul monte interessi che qualifica l'anatocismo.

Nei finanziamenti tipo *Bullet*, ancorché si verta in regime composto, con il pagamento degli interessi alla scadenza, anticipato rispetto al capitale di riferimento, il debitore subisce l'onere di pagarli anticipatamente, ma evita il monte interessi esponenziale, che contraddistingue la presenza dell'anatocismo.

Si mostrerà nel proseguo che, singolarmente, nei finanziamenti con ammortamento alla francese, nella peculiare costruzione del piano adottata dagli intermediari creditizi, ancorché gli interessi maturati vengano pagati anticipatamente rispetto al capitale, si conserva, in tutta la sua dimensione, la lievitazione esponenziale degli stessi, determinando, rispetto al regime semplice, una maggiorazione che riproduce l'effetto anatocistico.

Al contrario, nei finanziamenti a rimborso graduale con ammortamento all'italiana, nella modalità ordinariamente impiegata dagli intermediari creditizi, il regime composto non apporta alcuna maggiorazione anatocistica rispetto all'impiego del regime semplice, ma si risolve semplicemente nel pagamento anticipato degli interessi, operazione del tutto legittima nella misura in cui risulti espressamente convenuta fra le parti l'adozione del regime composto, con calcolo degli interessi sul debito residuo.

2.2 Il piano di ammortamento alla francese (a rata costante) nel regime finanziario semplice e composto.

Nel rimborso graduale il debitore procede a pagare gradualmente il capitale e gli interessi, generalmente a prefissate scadenze: *l'operazione di ammortamento interviene fra un prestatore e un debitore (mutuante e mutuatario) e consiste nei pagamenti che il secondo versa al primo allo scopo di ammortare (estinguere, rimborsare) il*

debito, tenendo conto degli interessi convenuti'.²²

La caratteristica comune a tutte le operazioni di finanziamento (a rimborso graduale o a scadenza) è la presenza, in capo al debitore, di due distinte obbligazioni, quella principale relativa al capitale e quella accessoria relativa agli interessi. Alla prima corrisponde nel piano di ammortamento il principio di chiusura elementare: la somma delle quote capitale previste ad ogni scadenza eguaglia il capitale originariamente finanziato; alla seconda corrisponde nel piano di ammortamento, il regime finanziario adottato nella produzione degli interessi, attraverso le specifiche formule, espressioni tipiche dell'additività o della scindibilità, combinate con il criterio di imputazione degli interessi nella rata.

Più in generale, l'ammortamento graduale può realizzarsi in infiniti modi, fissando le n quote capitale, per le quali sussiste unicamente il vincolo sopra accennato: $C = \sum C_k$. Il problema ha quindi $n-1$ gradi di libertà e diviene determinabile fissando il regime finanziario con $n-1$ vincoli indipendenti.

Il piano di ammortamento del finanziamento si configura, secondo il regime finanziario che lo governa, nel pagamento, alle scadenze convenute (t_k), delle Rate (R_k), nella composizione di Quota Capitale (C_k) e Quota Interessi (I_k) e nel Debito residuo risultante (D_k).

L'Equazione generale, esprime il piano di ammortamento, viene dal Bonferroni ricavata prevedendo che il debito C venga suddiviso in n parti e *'la parte C_k del debito venga rimborsata in (al tempo) t_k con i suoi interessi, cioè ne venga rimborsato il montante $C_k * f(t_o, t_k)$ '*. In altri termini, *'l'ammortamento si può concepire, pertanto, come risultante di n costituzioni di capitale (corrispondenti alle n parti C_1, C_2, \dots, C_n), chiuse rispettivamente in t_1, t_2, \dots, t_n* . In tale costrutto l'ammortamento del debito C viene concepito *'come risultante di n ammortamenti totali (ad unica soluzione), tutti con inizio in t_o e con scadenze diverse (t_1, t_2, \dots, t_n)*.

Questa è l'equazione generale che il Bonferroni assume ad espressione del piano di ammortamento: fissato il modello di rimborso prescelto (francese, italiano, ecc.), la rata sarà data da $R_k = C_k * f(t_o, t_k)$, dove

22) C.E. Bonferroni, Fondamenti di Matematica attuariale. Università di Firenze, 1937, pag. 290 e segg.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

C_k esprime la quota capitale e $f(t_0, t_k)$ esprime la funzione e il regime finanziario convenuto per il calcolo degli interessi, che determina le condizioni di chiusura.

Evitando articolate formule matematiche e rimanendo su un piano elementare, una esemplificazione dell'equazione del Bonferroni può essere fornita da un mutuo, con $C = € 1.000$, ripianato in n. 4 rate annuali eguali (ammortamento alla francese, $R_1=R_2=R_3=R_4$), comprensive ciascuna di una quota capitale ($C_1, C_2, C_3, C_4; \sum C_k = C$) e di una quota interessi al tasso annuo nominale (TAN) $i = 10\%$.

Questo ammortamento, riguardato in termini finanziariamente equivalenti, come 4 prestiti dell'importo di C_k , contratti al tempo t_0 e scadenti ai tempi t_k con $k = 1, 2, 3, 4$, fornisce, in capitalizzazione semplice [$f(t_0, t_k) = (1+k_*i)$] e capitalizzazione composta [$f^*(t_0, t_k) = (1+i)^k$], i seguenti valori della rata costante, composta da interessi crescenti e capitale decrescente.

| Piano di ammortamento a rata costante: semplice e composto. (Capitale € 1.000, tasso nominale 10%, rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
|--|----------------------|-----------------|----------|----------------|---|------|----------------------|-----------------|----------|----------------|--------------------|
| Regime finanziario semplice. $R_k = C_k \cdot (1+k_i)$ Tav. 1.a | | | | | Regime finanziario composto. $R_k = C_k \cdot (1+i)^k$ Tav. 1.b | | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 281,81 | 28,18 | 309,99 | 718,19 | 71,82 | 1 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 713,21 | 71,32 |
| 2 | 258,32 | 51,66 | 309,99 | 459,87 | 91,97 | 2 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 452,49 | 95,02 |
| 3 | 238,45 | 71,54 | 309,99 | 221,42 | 66,43 | 3 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 215,47 | 71,32 |
| 4 | 221,42 | 88,57 | 309,99 | 0,00 | 0,00 | 4 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 0,00 | 0,00 |
| | 1.000,00 | 239,95 | 1.239,95 | | | | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | | |

Il valore della rata viene determinato, in funzione del regime finanziario adottato, dalle equivalenze:

a) nel regime finanziario di capitalizzazione semplice: $C = \sum C_k; C = \sum R_k / (1+k_*i)$; ²³

23) Nei manuali di matematica finanziaria l'impiego del regime semplice nei finanziamenti a rimborso graduale viene sviluppato calcolando la rata nelle due modalità nelle quali è rispettato il principio di equivalenza finanziaria, cioè riportando i versamenti al momento iniziale o alternativamente al momento finale. Questo può determinare un'ambiguità nella definizione del valore della rata, in quanto i due procedimenti menzionati non conducono allo stesso valore. Tuttavia, come accennato, questa criticità del regime semplice impiegato nei rimborsi graduali risulta superata osservando che nel piano di ammortamento non si ha un'unica scadenza del capitale ma tante scadenze frazionate

b) nel regime finanziario di capitalizzazione composta: $C = \sum C'_k$; $C = \sum R'_k / (1+i)^k$, oppure l'equivalente $C_*(1+i)^n = \sum R'_{k*} (1+i)^{n-k}$.

Il fattore k (tempo) di progressione dell'interesse 'i' risulta esplicitato in termini proporzionali in a), in termini esponenziali in b).

Negli sviluppi dei due piani di ammortamento, ad ogni scadenza t_k , gli interessi risultano calcolati sulla quota capitale giunta a scadenza e divenuta esigibile, in capitalizzazione semplice (riquadro di sinistra) e composta (riquadro di destra), per il periodo da t_0 a t_k ; il debito residuo si compone, oltre che delle quote capitale che rimangono da pagare, anche degli interessi già maturati su tali quote, anch'essi non ancora pagati.²⁴ Nel primo sviluppo (riquadro di sinistra), l'interesse è calcolato in maniera lineare, $(1+k_*i)$, proporzionale al capitale finanziato e al tempo; nel secondo sviluppo (riquadro di destra), l'interesse è calcolato in maniera esponenziale con il tempo, $(1+i)^k$, cioè riferito al montate maturato ad ogni scadenza, anziché al capitale originariamente finanziato.²⁵

quante sono le rate previste. Seguendo le indicazioni del Varoli, nel regime finanziario semplice, in coerenza con la specificità del regime stesso (coincidente scadenza di capitale ed interessi), per la determinazione della rata costante è necessario far ricorso alla formula retrospettiva di attualizzazione semplice (condizione iniziale): $R = C / [\sum 1 / (1+k_*i)^k]$, anziché alla formula prospettiva di capitalizzazione semplice (condizione finale): $C*(1+n_*i) = \sum R*[1+(n-k)*i]$, che condurrebbe ad un diverso valore della rata (€ 304,35). Infatti, per gli elementi che connotano e qualificano l'accordo di finanziamento non avrebbe senso, coerente con il rimborso graduale, porre l'equivalenza delle rate con il capitale ricondotto interamente alla scadenza finale (ipotesi alternativa considerata nei manuali di matematica finanziaria). La pattuizione interviene all'inizio del finanziamento: in base agli impegni contrattuali assunti, la condizione di equivalenza relativa non può che essere posta fra il capitale finanziato al tempo zero e quello per il quale si è assunto l'impegno al rimborso pro-quota alle singole scadenze. Questo è per altro il criterio uniformemente adottato per il calcolo del TAE e TAEG. Occorre inoltre osservare che, non essendo definita matematicamente alcuna equivalenza finanziaria al di fuori delle scadenze previste in contratto, l'impiego del regime semplice comporta un'implementazione contrattuale che vada a regolare l'estinzione anticipata.

- 24) I criteri di costruzione del piano di ammortamento in capitalizzazione semplice riportato nel riquadro di sinistra di Tav.1, risulterebbero coerenti, oltre che con il dettato dell'art. 821 c.c. e dell'art. 120 TUB, con il principio di imputazione dell'art. 1194 c.c. alle obbligazioni pecuniarie, richiamato recentemente dalla Suprema Corte n. 10941/16 per il conto corrente, in assenza di un'esplicita volontà convenuta/espressa dal mutuatario: nella circostanza, la Cassazione ha stabilito che l'esigibilità e liquidità degli interessi presuppone l'esigibilità e liquidità del capitale, che appunto si riscontra nella quota capitale inclusa nella rata.
- 25) Un'analogia costruzione può essere concepita per l'ammortamento all'italiana (quote capitale costanti) e, più in generale per ogni finanziamento a rimborso graduale.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

Nei piani di ammortamento sopra riportati, le quote capitale C_k , che hanno una scadenza procrastinata nel tempo, presentano di riflesso un 'carico' di interessi maturati via via più elevato (in forma semplice nel riquadro di sinistra, in forma composta nel riquadro di destra). Il regime composto, rispetto a quello semplice, comporta un 'carico' maggiore degli interessi, corrispondente agli interessi anatocistici (€ 21,93 = 1.261,88 – 1.239,95), che si riflette in una maggiorazione della rata (€315,47 – 309,99 = 5,48), rispetto al piano sviluppato nel regime semplice.

La stessa composizione della rata viene utilizzata da F. Cacciafesta per pervenire a definire i due distinti piani di ammortamento alla francese, individuati dal regime finanziario composto e semplice: '*... un prestito di tipo "Zero Coupon Bond a interesse composto" per t anni al tasso annuo i e dell'ammontare $R/(1+i)^t$, riceve al tempo 0 questa somma, ed è tenuto a pagare R_t al tempo t. Si immagini allora di contrarre simultaneamente il prestito di ammontare $R/(1+i)$ per un anno, quello di ammontare $R/(1+i)^2$ per due, ..., quello di ammontare $R/(1+i)^n$ per n; in forza della formula $C = \sum R/(1+i)^t$, si riceve complessivamente C e si è impegnati a pagare la successione di rate (R_1, R_2, \dots, R_n). Dunque il portafoglio descritto è equivalente al nostro prestito singolo. (...) È allora ovvio come possa procedersi allo stesso*

| Piano di ammortamento all'italiana (quota capitale costante). (Capitale € 1.000, tasso nominale 10% rata annuale posticipata, durata 4 anni) Tavola 2 | | | | | | | | | | | |
|--|----------------------|-----------------|--------------------------|----------------|--|------|----------------------|-----------------|--------------------------|----------------|--------------------|
| Regime finanziario semplice. $R_k = C_k \cdot (1+k \cdot i)$ | | | | | Regime finanziario composto. $R_k = C_k \cdot (1+i)^k$ | | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata Flussi di pagamento | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata Flussi di pagamento | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 750,00 | 75,00 | 1 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 750,00 | 75,00 |
| 2 | 250,00 | 50,00 | 300,00 | 500,00 | 50,00 | 2 | 250,00 | 52,50 | 302,50 | 500,00 | 105,00 |
| 3 | 250,00 | 75,00 | 325,00 | 250,00 | 25,00 | 3 | 250,00 | 82,75 | 332,75 | 250,00 | 82,75 |
| 4 | 250,00 | 100,00 | 350,00 | 0,00 | 0,00 | 4 | 250,00 | 116,03 | 366,03 | 0,00 | 0,00 |
| | 1.000,00 | 250,00 | 1.250,00 | | | | 1.000,00 | 276,28 | 1.276,28 | | |

Il Bonferroni illustra anche, in alternativa a quelli sopra riportati, i distinti piani di ammortamento progressivo in regime composto, con interessi calcolati sul debito residuo e quindi decrescenti nel tempo. Questi piani, con la dizione 'alla francese' e 'all'italiana' sono quelli adottati dagli intermediari bancari.

modo, ma usando la formula $C = \sum R/(1+it)$... e da questa si ricava quella che potremmo chiamare la rata di un "ammortamento alla francese a interesse semplice". (...) Si ricava dunque che esistono, almeno concettualmente, due diverse forme di ammortamento a rata costante: una a interesse semplice, una a interesse composto. Questa seconda è quella più comunemente utilizzata'.²⁶

- 26) F. Cacciafesta, 'A proposito dell'articolo "Sull'anatocismo nell'ammortamento alla francese", in Banche & Banchieri, n. 4/15. Partendo dalla stessa equivalenza finanziaria fra il finanziamento ammortizzato in capitalizzazione composta, con metodo francese, in n rate e la somma di n finanziamenti ad unica soluzione, anche P. Fersini e G. Olivieri – nell'articolo al quale fa riferimento F. Cacciafesta - pervengono alla medesima conclusione, ribadendo altresì che, anche nel diverso computo degli interessi sul debito residuo (più avanti illustrato), anziché sul capitale in scadenza, si ha parimenti capitalizzazione composta e quindi produzione di interessi su interessi. '... è possibile affermare che il debito inizialmente contratto di importo A, che veniva ammortizzato con metodo francese pagando n rate posticipate pari a R, al tasso i, risulta equivalente alla somma di n debiti rimborsati, ognuno in un'unica soluzione, dopo 1, 2, ..., t, ..., n anni, di importo costante R. Se è pacifico affermare che esiste questa equivalenza, allora possiamo affermare che il fenomeno del calcolo degli interessi sugli interessi riguarda sicuramente ciascuno degli n debiti, ma riguarda anche l'unico debito di importo iniziale A risultando la somma degli n debiti. (...) La considerazione spesso utilizzata per affermare che nell'ammortamento alla francese non esiste il fenomeno del calcolo degli interessi sugli interessi già maturati è che, in ciascun periodo, la quota interessi è calcolata sul debito residuo nell'anno precedente, argomentando che di fatto 'si pagano' gli interessi solo sul capitale ancora da restituire ed escludendo la possibilità di calcolo degli interessi sulla componente di interessi composta. Tale affermazione ignora tutte le considerazioni espresse in questa nota e soprattutto il fatto che il debito residuo è funzione della quota capitale che a sua volta dipende dal calcolo della rata costante, che ricordiamo è calcolata nel regime finanziario della capitalizzazione composta. Non bisogna dimenticare che gli interessi ancorché 'semplici' nell'intervallo di tempo, supposto unitario, tra due scadenze successive, finiscono per incorporarsi nel capitale che li ha generati, secondo lo schema tipico della capitalizzazione composta. Il piano di ammortamento alla francese è un piano a rate prefissate che si suppongono tutte costanti. Il fatto che esista l'equivalenza finanziaria in capitalizzazione composta tra le rate che si versano e il debito inizialmente contratto deve necessariamente permeare tutto il piano di ammortamento e le grandezze che ivi vi compaiono. (P. Fersini e G. Olivieri, Sull'anatocismo nell'ammortamento francese', Banche & Banchieri 2/2015). Pur condividendo il principio che il regime composto permea tutto il piano di ammortamento, si ritiene giuridicamente inconsistente valutare gli interessi incorporati nel capitale che li ha generati: gli interessi, più che risultar 'semplici' nell'intervallo di tempo, risultano effettivamente semplici nella diversa successione ordinale estesa a tutti i rimborsi del capitale. Come si mostrerà nel proseguo, il criterio di imputazione adottato determina uno slittamento in avanti dei rimborsi del capitale che muta sostanzialmente gli interessi secondari del regime composto impiegato per determinare la rata, in interessi primari dell'equivalente regime semplice applicato alla mutata serie di rimborsi del capitale. Allungando i tempi di rimborso non si determina alcuna produzione di interessi su interessi, ancorché, coerentemente con il regime composto che permea il piano, si riscontra un monte interessi esponenziale, rispetto all'alternativo impiego del

Teoricamente il piano di ammortamento alla francese, inteso specificatamente nella rata costante, può essere sviluppato sia in capitalizzazione semplice che in capitalizzazione composta,²⁷ anche se i manuali di matematica finanziaria, accompagnando gli usi di mercato, prestano attenzione prevalentemente all'ammortamento a rata costante in capitalizzazione composta.²⁸

Ancorché si riscontri un uso promiscuo del termine alla francese, a rigori, con tale ammortamento i padri storici della scienza finanziaria solevano individuare i piani nei quali ricorrono tre condizioni: i) rata costante; ii) ammortamento progressivo, in regime finanziario composto; iii) interessi della rata calcolati sul debito residuo. Diversamente, nell'uso corrente, adottato anche dai moderni accademici e dagli stessi operatori del credito, il termine 'ammortamento alla francese' viene associato alla 'rata costante', tanto che nei contratti si incontra la terminologia 'alla francese o rata costante', oppure più semplicemente 'a rata costante', in alternativa di 'alla francese'.²⁹ La circostanza non è di poco conto in quanto il piano di ammortamento 'alla francese', se inteso nei termini indicati storicamente da De Finetti, Bonferroni, Santoboni, Levi ed altri, risulta definito sia nella rata che nella sua composizione; al contrario, inteso nell'uso ormai corrente

regime semplice. Quanto riscontrato nell'ammortamento alla francese non è estensibile all'ammortamento all'italiana. In quest'ultimo, con l'usuale criterio di imputazione degli interessi al debito residuo, non si riscontra alcuna lievitazione esponenziale del monte interessi, ma semplicemente un'anticipazione del pagamento degli stessi.

- 27) Cfr. P. Fersini e G. Olivieri, F. Cacciafesta, sopra menzionati; cfr. anche G. Varoli, C. Mari e G. Aretusi.
- 28) E. Levi fa riferimento al vincolo di pagamento degli interessi maturati a ciascuna scadenza e ne sviluppa un impiego esclusivamente in capitalizzazione composta, altri fanno riferimento alla progressività di estinzione del capitale. 'Il termine di metodo progressivo in senso stretto col quale è noto il metodo francese non risiede nel semplice fatto che esso prevede quote capitali tutte positive, perciò debiti residui strettamente decrescenti, bensì nel fatto che queste descrivono una ben precisa progressione geometrica' (Bortot ed altri, *Matematica finanziaria*). Cfr. anche L. Santoboni, *Lezioni di matematica finanziaria*, Eredi Veschi, 1968, pag. 143; S. Vianelli, *Matematica finanziaria*, Calderini, 1968, pag. 125.
- 29) Il contratto, di regola, non riporta alcun riferimento al regime finanziario impiegato, né alle modalità di calcolo degli interessi e il glossario o legenda che, a norma delle Disposizioni di Trasparenza, deve essere riportato in contratto, si limita al più a replicare la generica dizione suggerita dalla Banca d'Italia: 'La rata prevede una quota capitale crescente e una quota interessi decrescente. All'inizio si pagano soprattutto interessi; a mano a mano che il capitale viene restituito, l'ammontare degli interessi diminuisce e la quota di capitale aumenta'.

di **'rata costante', rimane indefinito; se poi si precisa il regime composto, rimane definito esclusivamente nell'importo della rata, risultando la partizione della stessa**, in quota capitale e quota interessi, una scelta ulteriore fra le tante matematicamente possibili e finanziariamente equivalenti.

2.2.1 Ammortamento alla francese: l'imputazione della rata.

Secondo l'equazione generale del Bonferrone, l'ammortamento alla francese del mutuo di € 1.000 può essere concepito come l'aggregato di n. 4 ammortamenti ad unica soluzione, decorrenti dal tempo zero e scadenti rispettivamente dopo 1, 2, 3 e 4 anni: gli interessi sono calcolati esclusivamente sul capitale che viene a scadenza (quota capitale della rata), per il periodo dal tempo t_0 al tempo t_k , distintamente nel regime semplice e composto. L'ammortamento alla francese che ne rifluisce nei due distinti sviluppi, è definito dalla rata costante, che sarà pari a € 309,99 se si impiega il regime finanziario semplice [$R = C_* \sum 1/(1+k_*i)$], mentre sarà pari a € 315,47 se si impiega il regime finanziario composto [$R' = C_* \sum 1/(1+i)^k$]. Mentre il TAN nel regime semplice [$R = C/\sum 1/(1+k_*i)$] conduce ad un esborso complessivo di € 1.239,96, l'impiego del TAN in regime composto [$R = C/\sum 1/(1+i)^k$] comporta un esborso complessivo di € 1.261,88 (obbligazione principale e accessoria); quale che sia la prescelta composizione della rata, in quest'ultimo regime il monte interessi sarà sempre pari a € 261,88, corrispondente appunto all'interesse composto.³⁰

Con la rata determinata impiegando il TAN in regime semplice, il monte interessi risulterebbe inferiore (€ 239,96) e, anche volendo spendere nella rata tutti gli interessi maturati, il vincolo di chiusura del piano imporrebbe l'impiego di un tasso effettivo inferiore (9,19%), privo di anatocismo, corrispondente in equivalenza, al tasso semplice del 10%.

Risulta evidente che nell'ammortamento alla francese (a rata costante), se si pattuisce una rata determinata attraverso la formula del re-

30) Appare ovvio che, se si impiega la forma composta di sconto [$\sum R/(1+i)^k = C$], in luogo di quella semplice [$\sum R/(1+k_*i) = C$], si perviene ad una rata R maggiore di quella espressa dalla capitalizzazione semplice: rimanendo il valore delle quote capitale comunque sempre limitate entro il rispetto di $C=C_1+C_2+...+C_n$, la maggiorazione si riversa interamente sugli interessi, replicando esattamente il valore dell'anatocismo.

gime composto $C = \sum R / (1+i)^k$, si esprime la volontà di equiparare il capitale C al tempo t_0 al capitale $C_*(1+i)^k$ al tempo t_k , ma questo è matematicamente consustanziale con la produzione di un monte interessi corrispondente alla produzione anatocistica, a prescindere dal criterio di imputazione della rata adottato.³¹

Nel piano di destra della Tav.1, l'impiego del regime composto degli interessi induce un incremento del valore della rata, riconducibile esclusivamente alla capitalizzazione periodale degli interessi, implicita nella formula di determinazione $R' = C_* \sum 1 / (1+i)^k$; quindi, il piano in capitalizzazione composta prevede già nella pattuizione della rata, nel corrispondente fattore esponenziale di calcolo, l'esplicita produzione di interessi su interessi, che appare contraria al disposto dell'art. 1283 c.c. e dell'art. 120 TUB. Nella circostanza l'impiego del regime composto si identifica con l'anatocismo. Ad esempio, per la 4° rata del piano:

i) nel primo sviluppo di Tav. 1 (regime finanziario semplice), l'importo della rata viene determinato dalla quota parte del capitale in scadenza, € 221,42 + il 10% per ciascun anno di detenzione del capitale, € 22,14 + € 22,14 + € 22,14 + € 22,14 per un totale di € 309,99;

ii) nel secondo sviluppo di Tav. 1 (regime finanziario composto), l'importo della rata viene determinato dalla quota parte del capitale in scadenza, € 215,47 + l'interesse del primo anno capitalizzato per i successivi tre anni: € 21,47 * (1+0,10)³ + l'interesse del secondo anno, capitalizzato per i successivi due anni: € 21,47 * (1+0,10)² + l'interesse del terzo anno, capitalizzato per l'anno che segue: € 21,47 * (1+0,10) + l'interesse del quarto anno: 21,47, per un totale di € 315,47. Già nell'accordo pattizio il valore della rata viene determinato sulla base dell'eguaglianza: $R' = C / \sum 1 / (1+i)^k$, equivalente a dire, per la 4° rata: $R' = 215,17 * (1+0,10)^4$, che palesa la convenzione di interessi su interessi.

Convenendo l'utilizzo del TAN nel regime finanziario composto si perviene naturalmente, rispetto al regime semplice, ad un importo della rata maggiorata degli interessi sugli interessi maturati a ciascuna

31) La precisazione fuga perplessità e dubbi sollevati in talune vertenze giudiziarie aventi ad oggetto finanziamenti con piani di ammortamento alla francese (Cfr. nota n. 2).

scadenza: l'incidenza della maggiorazione, nell'esempio sviluppato, si commisura complessivamente a circa il 9,1% del monte interessi. La circostanza che, una volta determinata la rata di € 315,47, grazie al criterio di scindibilità del regime composto, possano essere adottate varieguate imputazioni della stessa in quota capitale e quota interessi, tutte equivalenti finanziariamente, non modifica l'essenza anatocistica del monte interessi ricompreso nel valore della rata determinata sotto l'egida del regime composto. Quale che sia il criterio di imputazione adottato, il monte interessi calcolato in regime composto sarà maggiore del monte interessi del regime semplice.

Occorre inoltre osservare che nei piani di ammortamento alla francese o a rata costante, se si adotta il regime finanziario semplice, si impone la medesima scadenza per interessi e capitale. Ne discende che, fissati tasso, importo del finanziamento, nonché durata e scadenze, il piano di ammortamento alla francese o a rata costante, in capitalizzazione semplice risulta univocamente determinato, sia nella rata (piano di rimborso), sia nella sua composizione (piano di ammortamento): gli interessi, per la proprietà stessa del regime finanziario semplice, non possono che essere riferiti alla quota capitale in scadenza e quest'ultima è ricavata univocamente dalla condizione elementare: $\sum C_k = C$. Nel regime composto, mentre il piano di rimborso, definito dall'ammontare delle specifiche rate, rimane individuato e completo, così non è per il piano di ammortamento che comprende la composizione delle rate. Nel rispetto del principio elementare di chiusura di ogni piano di ammortamento, sussistono infinite combinazioni di $R = C_k + I_k$ che rispettano i criteri del regime finanziario composto. In tale regime, per passare dal piano di rimborso al piano di ammortamento e quindi determinare anche la composizione (capitale ed interessi) delle rate, occorre prevedere l'ulteriore condizione per il calcolo degli interessi, scelta fra le varieguate possibilità di imputazione consentite dai vincoli di chiusura del piano.³²

Per via della proprietà di scindibilità del regime composto, la medesima rata (R), entro taluni margini di rispetto, può essere rivolta in misura diversa al pagamento del capitale o degli interessi. Ne discende

32) Cfr. G. Aretusi, Mutui e anatocismo. Aspetti matematici e tecnici, 2014.

un'ampia discrezionalità nel definire l'ammontare degli interessi da spesare nella rata, con effetti finanziariamente equivalenti sulle risultanze finali del piano: medesimo importo complessivo degli interessi, medesimo ammontare del debito residuo alle distinte scadenze, seppur diversificato nel debito capitale e debito interessi. Quindi, in particolare nell'ammortamento alla francese (o a rata costante), impiegato in capitalizzazione composta, rimane nella discrezionalità dell'intermediario che predispose il contratto la libera partizione della rata fra obbligazione principale e accessoria, rilevante sul piano giuridico ma del tutto ininfluenza sul piano finanziario: i pagamenti risultano matematicamente attribuiti, in un tutt'uno, al montante (capitale ed interessi) lievitato sino al momento in cui interviene il pagamento e il debito che residua dopo il pagamento continua ad essere produttivo, indipendentemente dalla sua composizione.³³

Il piano di ammortamento adottato dagli intermediari finanziari, quale che sia la tipologia impiegata (alla francese, all'italiana, ecc..), adotta il regime finanziario composto, ma si discosta dallo schema riportato in Tav.1. Si avvale del diverso schema 'progressivo o graduale', fi-

33) A questa impostazione fa riferimento anche Levi, senza tuttavia svilupparla, preferendo l'impostazione elementare, giudicata più evidente e aderente alla pratica di mercato, che, distinguendo il pagamento delle quote capitale e delle quote interessi, calcola questi ultimi esclusivamente sul debito residuo. 'Accanto a questa interpretazione elementare, ne è possibile un'altra, che è indubbiamente meno evidente, ma permette di dare una trattazione unitaria del problema, indipendentemente dalle particolari condizioni contrattuali, e in certi casi semplifica anche il calcolo: si tratta di concepire l'operazione di prestito come uno scambio fra la somma inizialmente mutuata e l'insieme dei pagamenti che il debitore farà al mutuante, senza fare distinzione fra pagamenti in conto capitale e pagamenti in conto interessi. Si deve allora stabilire, non più una legge per calcolare interessi (sempre semplici), ma una legge (a una o due variabili) che determini la "equivalenza" fra prestazioni e controprestazioni. Questa equivalenza può essere intesa come eguaglianza di montanti o di valori attuali. Se si pone l'eguaglianza dei montanti (generalmente calcolati alla scadenza del prestito), si deve contrattare una legge di interesse, e parleremo di impostazione finale; se si pone l'uguaglianza dei valori attuali (generalmente calcolati alla data della stipulazione), si deve contrattare una legge di sconto, e parleremo di impostazione iniziale. Impostazione finale e impostazione iniziale si equivalgono, se si usano leggi scindibili e coniugate.(...) Osserviamo ancora che, se non si distinguono pagamenti in conto interessi e pagamenti in conto capitale, non si fa più neppure netta distinzione fra rimborso globale con interessi periodici e rimborso rateale: in entrambi i casi, si hanno dei pagamenti periodici del debitore (contrapposti a un versamento unico iniziale del mutuante); resta distinto soltanto il caso del rimborso globale con interessi globali, perché ivi si ha un semplice scambio fra una prestazione e una controprestazione' (E. Levi, Corso di matematica finanziaria e attuariale, Ed Giuffrè, 1964).

nanziariamente del tutto equivalente ma che privilegia il pagamento, ad ogni scadenza, di tutti gli interessi maturati sul debito residuo.

Nei finanziamenti a rimborso graduale con ammortamento alla francese, se si adotta il regime composto, fissata la rata costante, la scelta di pagare nella stessa gli interessi maturati o di posporli capitalizzandoli, non interferisce in alcun modo nella ragione di crescita esponenziale del monte interessi, anche se, fra le alternative equivalenti, consentite dal regime composto, la scelta di ricomprendere nella rata tutti gli interessi maturati sul debito residuo non palesa alcuna produzione di interessi su interessi; nella circostanza l'effetto distorsivo della lievitazione esponenziale – ricompresa nella rata maggiorata, determinata in regime composto anziché semplice - si consegue senza esplicitare la produzione di interessi su interessi. Tuttavia, la somma delle rate, depurata del capitale da rimborsare, non è altro che l'espressione dell'obbligazione accessoria (art. 1815 c.c.), distinta dall'obbligazione principale (art. 1813 c.c.), corrispondente ad un monte interessi anatocistico, conseguibile, in funzione della composizione della rata prescelta, in modalità differenti, tutte finanziariamente equivalenti.

Nei finanziamenti a rimborso graduale alla francese (o a rata costante), più che riscontrare propriamente anatocismo su interessi scaduti ex art. 1283 c.c., si riscontra una convenzione del regime finanziario composto dell'interesse, che, ancorché formalmente non esprima alcuna produzione di interessi su interessi, risulta, come si mostrerà nel proseguo, funzione degli interessi pregressi, riproducendo sostanzialmente i medesimi effetti finanziari di lievitazione esponenziale che modalità alternative di imputazione della rata esprimono, invece, in una produzione di interessi secondari.

Queste peculiari connotazioni, che caratterizzano i finanziamenti a rimborso graduale a rata costante, adottati dagli intermediari creditizi, non sembra possano essere liquidata semplicisticamente, senza affrontare le specificità e criticità che l'impiego del regime composto dal piano tecnico-finanziario trasferisce sul piano giuridico.

Gli intermediari creditizi impiegano una variante, equivalente finanziariamente al piano di ammortamento in regime composto riportato nel prospetto di destra di Tav. 1. Rifacendosi ad una definizione rigorosamente ortodossa dell'ammortamento alla francese, la rata viene determinata in regime composto e gli interessi, anziché essere cal-

colati in forma composta sul capitale che giunge a scadenza con la rata, vengono calcolati, ad ogni scadenza, su tutto il debito residuo in essere alla scadenza precedente, naturalmente in forma semplice.

Come in matematica, anche in diritto, non è affatto scontato che gli interessi pagati nella rata debbano essere necessariamente calcolati sull'intero debito residuo. Anche nel rispetto del principio che *'il pagamento fatto in conto capitale e d'interessi deve essere imputato prima agli interessi'* (art. 1194, 2° comma c.c.) possono darsi modalità diverse, tutte finanziariamente equivalenti e legittime, di comporre la rata in quota capitale e quota interessi, evitando che il pagamento del capitale preceda il pagamento degli interessi allo stesso attribuiti.³⁴

Come si è detto, sul piano matematico nel regime composto, una volta fissato l'importo finanziato, il tasso e le scadenze, risulta univocamente determinato solo il piano di rimborso, nell'importo della rata costante; per la composizione della rata - che integra il piano di rimborso, trasformandolo in piano di ammortamento - si può discrezionalmente, entro predeterminati vincoli di contorno ($\sum C_k = 1.000$; $\sum I_k = 261,88$), prevedere in contratto il pagamento anticipato di tutti o parte degli interessi maturati e rivolgere la parte residua a deconto del debito residuo.

In particolare, a parità di rata costante, si può semplicemente pagare, in ragione composta, con la rata l'interesse maturato sulla quota parte del capitale che viene a scadenza (Tav. 3a), o, alternativamente, si possono pagare con la rata, in ragione semplice, tutti gli interessi maturati nel periodo, sia sul capitale in scadenza sia sul capitale che residua (Tav. 3.b). O ancora, scegliere vie intermedie fra le due estreme, con quote capitale decrescenti o crescenti e interessi via via crescenti o decrescenti (Tav. 3c/d).

34) Non vi è alcuna ragione, né di diritto né matematica, che imponga nei piani di ammortamento l'impiego del criterio di imputazione degli interessi pagati nella rata calcolati sul debito residuo. Con l'adozione di un tale vincolo - impropriamente aggiunto da taluni autori nella definizione generale del piano di ammortamento - si esclude l'impiego del regime semplice, metodo alternativo di sviluppo del piano di ammortamento. Né si può rigettare quest'ultimo regime in quanto, non rispondendo al principio di scindibilità, non consente un'univoca ed oggettiva determinazione del debito residuo nell'eventualità di estinzione anticipata del finanziamento. Tale aspetto, per il regime semplice, può essere agevolmente risolto prevedendo in contratto la regola di calcolo da impiegare in tale eventualità.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

| Piano di ammortamento alla francese (o a rata costante) [regime finanziario composto]. (Capitale € 1.000, tasso nominale 10% rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
|--|-------------------------|--|--------|--|--------------------|--|-------------------------|----------------------------------|--------|----------------|--------------------|
| Interessi su quota capitale in scadenza <u>Tav. 3.a</u> | | | | | | Interessi su capitale residuo <u>TAV. 3.b</u> | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $C_k \cdot (1+i)^k$ | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $C_k \cdot i$ | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 713,21 | 71,32 | 1 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 784,53 | - |
| 2 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 452,49 | 95,02 | 2 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 547,51 | - |
| 3 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 215,47 | 71,32 | 3 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 286,79 | - |
| 4 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 0,00 | 0,00 | 4 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 0,00 | - |
| | | | | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 595,29 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 11,00% | | | | | |
| | | | | | | 1.000,00 261,88 1.261,88 duration 2,38 | | | | | |
| | | | | | | Finanziamento medio di periodo 654,71 | | | | | |
| | | | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. 10,00% | | | | | |
| Deconto del capitale decrescente <u>Tav. 3.c</u> | | | | | | Deconto del capitale crescente <u>av. 3.d</u> | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi I_k | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi I_k | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 265,00 | 50,47 | 315,47 | 735,00 | 49,53 | 1 | 235,00 | 80,47 | 315,47 | 765,00 | 19,53 |
| 2 | 255,00 | 60,47 | 315,47 | 480,00 | 67,51 | 2 | 245,00 | 70,47 | 315,47 | 520,00 | 27,51 |
| 3 | 245,00 | 70,47 | 315,47 | 235,00 | 51,79 | 3 | 255,00 | 60,47 | 315,47 | 265,00 | 21,79 |
| 4 | 235,00 | 80,47 | 315,47 | 0,00 | 0,00 | 4 | 265,00 | 50,47 | 315,47 | 0,00 | 0,00 |
| | | | | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 612,50 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,69% | | | | | |
| | | | | 1.000,00 261,88 1.261,88 duration 2,38 | | | | | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo 637,50 | | | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. 10,27% | | | | | | | |

Si ottengono nelle diverse circostanze, situazioni finanziarie equivalenti (piani di rimborso matematicamente identici negli esiti economici) - tutte assimilate sotto la definizione di ammortamento alla francese (o a rata costante) - di pari rata e pari esborso complessivo di capitale e di interessi: il debito residuo ad ogni scadenza risulterà il medesimo, seppur diverso nella composizione di capitale ed interesse in funzione del criterio di composizione della rata adottato.

Dalle Tavole sopra riportate si può rilevare come al variare del criterio di imputazione si modifica la quota capitale a rimborso e parallelamente il capitale mediamente finanziato. Ancorché la rata sia la medesima, il finanziamento medio annuo sale da € 595,29 (prossimo a quello del regime semplice) di Tav. 3.a a € 654,71 di Tav. 3.b, attraverso i valori intermedi di Tav. 3.c, d, e. Nella circostanza il prezzo del finanziamento, espresso dagli interessi in ragione d'anno (€ 261,88/4 = € 65,47), identico per i diversi piani, scema di significato nel rap-

porto al capitale mediamente utilizzato: il tasso, al quale è riferito l'art. 1284 c.c., richiamato dall'art. 1815 c.c., varia apprezzabilmente in dipendenza del criterio di imputazione della rata.

I piani di ammortamento sopra riportati, pur conducendo a risultati equivalenti sul piano matematico-finanziario, appaiono paradossalmente sortire effetti giuridici diversi. Infatti, a parità di esborso della rata, attraverso il criterio di imputazione si ritarda la successione temporale dei rimborsi a deconto del capitale e quindi si innalza l'importo del finanziamento medio usufruito nel periodo complessivo (quattro anni) e con esso gli interessi primari di competenza, modificando altresì il prezzo stesso del finanziamento nel senso espresso dall'art. 1284 c.c.. Come mostrano le Tavole sopra riportate, maggiore è l'anticipazione nel pagamento degli interessi maturati a ciascuna scadenza, più elevato risulterà il ritardo nella restituzione del capitale che produce interessi primari: tale ritardo, al valore estremo di Tav. 3.b, innalza l'utilizzo medio del finanziamento, sino a 'trasfigurare' tutti gli interessi secondari in primari e, di riflesso, far coincidere il monte interessi al prezzo del 10% espresso dal TAN.

Come si può vedere, rispetto al criterio di imputazione che considera l'intero aggregato degli interessi composti sul capitale che scade con la rata (Tav. 3.a, fin. medio € 595,3), il diverso criterio di imputazione che, invece, calcola gli interessi interamente in ragione semplice sul debito residuo (Tav. 3b, fin. medio € 654,7), induce un ampliamento del finanziamento medio di € 59,4 che, nei quattro anni alla scadenza finale, al 10% corrisponde alla differenza anatocistica (€ 21,93), trasformata in interessi primari.

L'aspetto assume rilievo per il prezzo del finanziamento, pari a € 261,88 che nel tasso proporzionale al finanziamento medio assume valori pari al TAN del contratto nella Tav. 3.b (10,0%), mentre nelle altre Tavole assume valori via via crescenti al decrescere del finanziamento medio. Ciò significa che nell'ammortamento alla francese, operando sul criterio di imputazione, nonostante il regime del piano sia composto, il rallentamento indotto attraverso il calcolo degli interessi sul debito residuo, rende il monte interessi esattamente proporzionale al finanziamento medio nel tasso espresso dal TAN convenuto in contratto, coerentemente con quanto previsto dall'art. 1284 c.c., combinato con l'art. 1815 c.c. e nel rispetto dello stesso art. 821 c.c.

Se non si coglie tale aspetto può apparire singolare e alquanto paradossale che, passando dal regime semplice (Tav. 1.a) al regime composto (Tav. 3.b), si incrementa il valore della rata pagata, ma, adottando il criterio di imputare gli interessi al debito residuo, il prezzo del finanziamento, espresso dal monte interessi, pur passando da € 239,95 del regime semplice a € 261,88 del regime composto, trovi comunque espressione proporzionale nel medesimo TAN del contratto. Questa è una peculiarità tipica dell'ammortamento alla francese, indotta dalla costanza della rata. Il pagamento anticipato degli interessi maturati a ciascuna scadenza, comporta un rallentamento del rimborso sino a 'trasfigurare' la ragione composta del piano nell'equivalente ragione semplice degli interessi sul capitale ritardato a ciascuna scadenza: il monte interessi risulta maggiorato rispetto al regime semplice, ma formalmente risulta esprimersi esclusivamente attraverso interessi primari.

2.3 L'ammortamento alla francese: analogie matematiche e discrasie giuridiche.

Come descritto, nei finanziamenti a rimborso graduale, il piano di ammortamento in regime composto, adottato dagli intermediari, prevede l'immediato pagamento ad ogni scadenza di tutti gli interessi maturati sul debito residuo (Tav. 3.b), così che non vi sia alcun interesse a 'comporsi', cioè che non vi sia alcuna produzione di interessi secondari su interessi primari. Tuttavia, come mostrano gli esempi riportati, nell'ammortamento alla francese (a rata costante) in capitalizzazione composta, quale che sia la partizione in quota capitale e quota interessi, l'esborso finanziario per il prezzo del finanziamento è il medesimo, maggiore di quello previsto nel regime semplice. Poiché il finanziamento utilizzato non rimane costante nel periodo contemplato nel piano di rientro, il prezzo del finanziamento è correttamente espresso dal monte interessi rapportato al capitale mediamente finanziato nell'arco della durata del prestito. Con il criterio di imputazione prescelto si interviene nel peso relativo delle quote di capitale estinte in ciascuna scadenza, ampliando il menzionato valore medio del finanziamento. Di riflesso, il monte interessi determinato in regime composto viene distribuito su un valore medio di utilizzo innalzato dal criterio di imputazione prescelto. In tal modo, al pagamento anticipato ad ogni

scadenza degli interessi maturati sull'intero finanziamento in essere, non corrisponde alcun beneficio economico, rimanendo invariato il monte interessi esponenziale del regime composto.

Negli esempi sopra riportati, ogni criterio di imputazione adottato conduce al medesimo valore complessivo degli interessi, € 261,88, ricomprensivo il medesimo valore di interessi anatocistici, € 21,93, rispetto al regime semplice.³⁵ Risulterebbe alquanto paradossale che per il medesimo esborso (importo della rata), maggiorato rispetto al regime semplice, la legittimità venga rimessa al criterio formale di imputazione prescelto dall'intermediario, nella predisposizione del contratto di adesione. Il maggior prezzo del finanziamento, in termini di monte interessi, è esclusivamente riconducibile al regime composto impiegato: il criterio di imputazione della rata appare risolversi in un diversa, mera rappresentazione formale del medesimo monte interessi esponenziale.

Il risultato che si consegue determina il menzionato paradosso: il piano è governato dal regime finanziario dell'interesse composto, a cui corrisponde un monte interessi maggiorato dell'anatocismo ma, spendendo nella rata, al medesimo TAN, gli interessi maturati sul debito residuo, non compaiono interessi scaduti che producono interessi. Di fatto, l'interesse non ha modo di 'comporsi' in interessi successivi arrestandosi al primo passo, replicando così la formula che il regime composto condivide, in una singola scadenza, con il regime semplice $[(1+i)^1=(1+1*i)]$.

La mistificazione che compare nella produzione di interessi, tutti primari ma per un monte complessivo maggiore di quello riveniente dall'applicazione del regime di capitalizzazione semplice, è presto disvelata: fissata la rata, impiegando il TAN in regime composto, risulta definita la lievitazione esponenziale degli interessi; tecnicamente la rata viene già caricata degli interessi anatocistici nella fase di determinazione del valore e questo consente di impiegare il medesimo tasso (TAN) per l'incasso di tutti gli interessi maturati (sul debito in essere). Con l'imputazione di un maggior carico di interessi risulta necessa-

35) Come detto, nel regime di capitalizzazione composta l'interesse viene interamente assimilato al capitale; se non fosse per la diversa natura giuridica e contabile, potrebbe trascurarsi la specifica distinzione in quota capitale e quota interessi.

riamente protratto, per un pari ammontare, il pagamento del capitale, sostituendo alla produzione di interessi su interessi, una produzione di interessi su capitale; risultando la rata costante, di quanto si migliora l'ammontare degli interesse spesati nella rata, di altrettanto si riduce la quota capitale pagata. Se la rata venisse determinata impiegando il TAN in regime semplice, la scelta di calcolare gli interessi sul debito residuo, per i vincoli di chiusura del piano, comporterebbe l'impiego di un tasso inferiore, cioè il tasso composto finanziariamente equivalente al tasso espresso dal TAN in regime semplice. Avendo calcolato una rata maggiore attraverso l'impiego del TAN in regime composto, l'interesse composto, che risulterebbe palese nel calcolo riferito alla quota capitale in scadenza, risulta spalmato interamente sul capitale, in ragione semplice, nel calcolo riferito a tutto il debito residuo che, ad ogni scadenza, risulta maggiorato.

Nel contratto viene esplicitato l'importo della rata, sul quale si appunta l'assenso del mutuatario, mentre il criterio di imputazione della stessa, rimane relegato e celato implicitamente nella tabella dei valori riportata in allegato.

Significative peculiarità si possono riscontrate ponendo a confronto l'ammortamento alla francese in regime composto, con il calcolo degli interessi sulla quota capitale in scadenza (Tav. 3.a) e con il calcolo degli interessi sul debito residuo (Tav. 3.b) come usualmente praticato dagli intermediari.³⁶

36) L'impiego dell'equazione generale di Bonferroni rende palese il regime finanziario sottostante; a tale equazione fa riferimento anche Santoboni (op. cit., pag, 141) per mostrare l'evidenza del regime finanziario dell'interesse composto.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

| Piano di ammortamento alla francese - regime finanziario composto. | | | | | | | | | | | |
|--|----------------------|-------------------------------------|-------|----------|--------------------|---|----------------------|-------------------------------|-------|-------------------|-------|
| Tav. 3.a (Capitale € 1.000, tasso nominale 10%, rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | Tav. 3.b | | | | | |
| Interessi su quota capitale in scadenza. | | | | | | Interessi su debito residuo. | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $C_k \cdot (1+i)^k$ | Rata | Capitale | Interessi maturati | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $D_k \cdot i$ | Rata | Residuo debito: D | |
| 0 | - | - | - | 1.000,0 | - | 0 | - | - | - | 1.000,0 | |
| 1 | 286,8 | 28,7 | 315,5 | 713,2 | 71,3 | 1 | 215,5 | 100,0 | 315,5 | 784,5 | |
| 2 | 260,7 | 54,8 | 315,5 | 452,5 | 95,0 | 2 | 237,0 | 78,5 | 315,5 | 547,5 | |
| 3 | 237,0 | 78,5 | 315,5 | 215,5 | 71,3 | 3 | 260,7 | 54,8 | 315,5 | 286,8 | |
| 4 | 215,5 | 100,0 | 315,5 | 0,0 | 0,0 | 4 | 286,8 | 28,7 | 315,5 | 0,0 | |
| | | | | 1.000,0 | 261,9 | 1.261,9 | 2.381,2 | 237,7 | | | |
| | | | | 1.000,0 | 261,9 | 1.261,9 | 2.618,8 | 0,0 | | | |
| Finanziamento medio di periodo | | | | | 595,3 | Finanziamento medio di periodo | | | | | 654,7 |
| Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | | 11,0% | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | | 10,0% |

Nel riquadro di sinistra (Tav. 3.a), a ciascuna scadenza, vengono calcolati e pagati nella rata gli interessi composti maturati sulla quota capitale in scadenza, mentre quelli maturati sul capitale che residua dopo il pagamento della rata vanno ad alimentare il debito residuo e vengono pagati, in termini composti, via via che il capitale diventa esigibile alle successive scadenze: il piano presenta quote capitale decrescenti e quote interessi crescenti. Come detto, il piano è assimilabile alla somma di n. 4 finanziamenti del tipo *Zero Coupon* di diverso importo capitale, di pari origine e rimborsi, pari a R, alle quattro scadenze annuali.

Nel riquadro di destra (Tav. 3.b), invece, a ciascuna scadenza viene calcolato e pagato nella rata l'interesse maturato su tutto il capitale residuo, in scadenza e da scadere; di riflesso il debito residuo si compone esclusivamente di capitale: il piano presenta quote interessi flettenti e quote capitale crescenti. Il piano è assimilabile alla somma di n. 4 finanziamenti del tipo *Bullet* di diverso importo capitale, di pari origine, con rimborso alle quattro scadenze annuali e pagamento periodico degli interessi.³⁷

37) Come riportano Fersini e Olivieri, 'il principio di composizione dei contratti permette di definire un'operazione finanziaria di *Bullet Bond* di durata n (mutuo puro) in termini di n operazioni elementari del tipo *Zero Coupon Bond*. Pertanto, ciascuno degli n debiti con restituzione del tipo *Bullet Bond*, può essere scisso in tanti debiti di tipo *Zero Coupon Bond* quante sono le rate previste (...) verificando facilmente che anche

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

| Finanziamenti tipo Zero Coupon (Tav. 3.a) | | | | | Finanziamenti tipo Bullet (Tav. 3.b) | | | | |
|---|-------------------------------|--------------|--------------|---------------|--------------------------------------|-------------------------|--------------|---------------|---------------|
| Finanziamento: C_k | Rimborso: $C_k \cdot (1+i)^k$ | | | | Finanziamento: D_k | Rimborso: $D_k \cdot i$ | | | |
| t_0 | t_1 | t_2 | t_3 | t_4 | t_0 | t_1 | t_2 | t_3 | t_4 |
| 286,8 | 286,8 + 28,7 | | | | 215,5 | 215,5 + 21,55 | | | |
| 260,7 | | 260,7 + 54,8 | | | 237,0 | 23,7 | 237,0 + 23,7 | | |
| 237,0 | | | 237,0 + 78,5 | | 260,7 | 26,1 | 26,1 | 260,7 + 26,07 | |
| 215,5 | | | | 215,5 + 100,0 | 286,8 | 28,7 | 28,6 | 28,7 | 286,8 + 28,68 |
| 1.000,0 | 315,5 | 315,5 | 315,5 | 315,5 | 1.000,0 | 315,5 | 315,5 | 315,5 | 315,5 |

I due piani di ammortamento (Tav. 3.a e 3.b), sviluppati in capitalizzazione composta, pur prospettati diversamente, risultano finanziariamente del tutto equivalenti: medesima rata, medesimo ammontare di interessi complessivi, medesimo residuo debito; anche la composizione delle rate è identica, con l'ordine tuttavia temporalmente invertito: la prima rata del primo piano è eguale all'ultima del secondo piano, la seconda è eguale alla penultima, ecc.; anche il debito residuo ad ogni scadenza è identico nell'ammontare, che si compone tuttavia, nel riquadro di sinistra (Tav. 3.a) di capitale e interessi maturati, nel riquadro di destra (Tav. 3.b) di solo capitale.

| REGIME FINANZIARIO COMPOSTO: Quota capitale e quota interessi. | |
|--|--|
| Tav. 3.a. Criterio di imputazione: Interessi su Quota capitale in scadenza | Tav. 3.b. Criterio di imputazione: Interessi su Debito residuo |
| 1° rata ($C_1 + I_1$) | 1° rata ($C_4 + I_4$) |
| 2° rata ($C_2 + I_2$) | 2° rata ($C_3 + I_3$) |
| 3° rata ($C_3 + I_3$) | 3° rata ($C_2 + I_2$) |
| 4° rata ($C_4 + I_4$) | 4° rata ($C_1 + I_1$) |

Per quanto sia già evidente nelle Tav. 3.a e 3.b, si può più rigorosa-

con la modalità di restituzione Bullet Bond esiste un fenomeno di interessi calcolati su interessi già maturati. L'ammortamento francese, che come in letteratura si riporta, può essere interpretato come la somma di n Bullet Bond, contiene, quindi, implicitamente, il calcolo degli interessi su interessi già maturati'. P. Fersini, G. Olivieri, Sull'anatocismo nell'ammortamento alla francese, Banche & Banchieri, 2/2015.

mente dimostrare che il calcolo di un piano di ammortamento a rata costante, con applicazione degli interessi composti sulla quota capitale in scadenza è del tutto equivalente finanziariamente al piano di ammortamento alla francese, con gli interessi calcolati, alle distinte scadenze, sul debito residuo.

Alla medesima rata, determinata in regime composto, con l'implicita pattuizione anatocistica di Tav. 3.b, si può, alternativamente, pervenire fissando il criterio di imputazione degli interessi sul debito residuo e ricavando il valore della rata dal vicolo di chiusura del piano, espresso dalla formula elementare: $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$. Di fatto, formalmente, senza menzionare il regime composto, né utilizzare la produzione di interessi su interessi, ma semplicemente muovendosi entro i margini di libertà rimessi alle parti, si può prevedere il pagamento, al TAN convenuto in contratto, degli interessi maturati a ciascuna scadenza sul debito residuo, conseguendo in tal modo sostanzialmente l'identico effetto economico dell'anatocismo. Come si può osservare, nel piano di sinistra (Tav. 3.a) si impiega il fattore di capitalizzazione degli interesse $(1+i)^k$, commisurato al capitale giunto a scadenza, mentre nel piano di destra (Tav. 3.b) si impiega, ad ogni scadenza, il semplice fattore $(1+i)$, commisurato però a tutto il capitale in essere, ma, come detto, l'obbligazione accessoria è unica, propedeuticamente determinata nella rata in regime composto; questa costituisce una modalità alternativa che mistifica la proporzionalità fissata dall'art. 821 c.c.: la forma è diversa ma, sul piano sostanziale si riscontra finanziariamente una piena equivalenza. Si replica in tal modo una modalità assai prossima a quella censurata dalla Cassazione del '99 nei conti correnti.

Nelle Tav. 3.a e 3.b risulta evidenziato come, prospettando il pagamento degli interessi sul debito residuo, si replicano, con modalità diverse, i medesimi importi in pagamento degli interessi composti computati sulla quota capitale in scadenza. L'ammortamento a rata costante, se prospettato come nel riquadro di sinistra (Tav. 3.a), realizza espressamente la produzione di interessi su interessi maturati: alle distinte scadenze, gli interessi sono calcolati in regime composto – cioè, non $10\% + 10\% + \dots$, bensì $10\%_*(1+10\%)*(1+10\%) \dots$; se prospettato come nel riquadro di destra (Tav. 3.b), nelle prime scadenze si viene a pagare meno capitale, con una corrispondente maggiore produzione di interessi sul debito residuo nelle successive scadenze;

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

quota interessi, quota capitale e debito residuo risultano fra loro strettamente interconnessi nel regime finanziario che governa il piano: la medesima rata, quale che sia la sua composizione, cioè il criterio di imputazione ad interessi e capitale, grazie al principio di scindibilità (capitalizzazione composta) che assimila gli interessi al capitale, conduce ai medesimi risultati complessivi.

Il residuo debito alle distinte scadenze dell'ammortamento del riquadro a sinistra (Tav. 3.a), comprensivo di capitale ed interessi maturati (€ 2.381,17 + 237,66), è identico al residuo debito (€ 2.618,88) del riquadro a destra, dove gli interessi non appaiono capitalizzati (Tav. 3.b), in quanto immediatamente pagati alla scadenza.

In un piano di ammortamento, se gli interessi vengono calcolati sull'intero capitale in essere a ciascuna scadenza (Tav. 3.b), si consegue finanziariamente l'identico risultato economico della produzione di interessi su interessi calcolati sul capitale pagabile a ciascuna scadenza (Tav. 3.a); se il monte interessi rimane identico nei due casi, differendo per la medesima misura, da quello desumibile dall'applicazione del regime semplice, appare consequenziale dedurre che l'effetto anatocistico sia riconducibile esclusivamente al regime composto adottato preliminarmente per determinare la rata maggiorata, atta a coprire anche la misura dell'anatocismo stesso.

In un piano di ammortamento alla francese, pattuire una rata di € 315,47 in capitalizzazione composta, concettualmente equivale a dire che ogni € 100 di capitale rimborsato al tempo t_k , dopo k anni, estinguerà $100/(1+10\%)^k$ di finanziamento originario: esplicitando la formula di determinazione della rata, si ottengono, specificatamente nell'ordine, i seguenti valori per la quota capitale e la quota interessi, che corrispondono a quelli riportati in Tav. 3.a:

| | 1° Rata (C ₁) | 2° Rata (C ₂) | 3° Rata (C ₃) | 4° Rata (C ₄) | | | |
|-------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------|---|---------------------|
| C = | $R/(1+i)^1$ | + | $R/(1+i)^2$ | + | $R/(1+i)^3$ | + | $R/(1+i)^4$ |
| C = 1000 = | $315,47/(1+10\%)^1$ | + | $315,47/(1+10\%)^2$ | + | $315,47/(1+10\%)^3$ | + | $315,47/(1+10\%)^4$ |
| C = 1000 = | 286,79 | + | 260,72 | + | 237,02 | + | 215,47 |
| I = 261,9 = | 28,7 | + | 54,8 | + | 78,5 | + | 100 |

In altri termini, il capitale originario di 1.000, viene suddiviso in quattro parti (C_1, C_2, C_3, C_4), ciascuna delle quali viene rimborsata, con gli interessi composti, alle distinte scadenze. Si può facilmente osservare che i valori attualizzati della 1°, 2°, 3° e 4° rata corrispondono nell'ordine alle quote capitale riportate in Tav. 3.a.

Nella Tav. 3.b, oltre ad impiegare la formula di chiusura $C = C_1 + C_2 + C_3 + C_4$, si è posto il successivo vincolo degli interessi calcolati sul debito residuo, che comporta l'inversione temporale dell'ordine delle rate: C_1 con C_4 , C_2 con C_3 , C_3 con C_2 , C_4 con C_1 .³⁸ Si perviene, in altri termini, alla Tav. 3.b antepoendo il criterio di imputazione della rata alla determinazione del valore della stessa; cioè si fissa il criterio di calcolo degli interessi con il TAN applicato al debito residuo, determinando per differenza la residua quota capitale rispondente alla menzionata formula di chiusura. L'ammontare complessivo degli interessi è quello della capitalizzazione composta ma, con l'accorgimento tecnico adottato si inverte l'ordine temporale delle imputazioni e, in tal modo, formalmente si producono esclusivamente frutti da capitale. In questa prospettiva, gli interessi maturati e prontamente pagati non rimangono sterili sino alla scadenza del capitale, ma si capitalizzano altrove, nel portafoglio dell'intermediario. Rimane pur sempre ineludibile che, al di là dei criteri opzionali rimessi alla volontà delle parti, la rata così determinata risulta maggiore di quella del regime semplice e il monte interessi include l'effetto esponenziale dell'anatocismo. Già ai primordi dell'ottocento, A. Casano osservava al riguardo: *'Questo problema dell'annuità' è presso noi conosciuto col nome di calcolo a scaletta, che si enuncia col linguaggio d'interesse semplice, mascherando l'interesse composto sotto la condizione dell'obbligo di pagare in fine di ogni unità di tempo gli interessi semplici del capitale già maturati'*. (A. Casano, Elementi di Algebra, Primary source Edition, 1845).

38) Come si è visto, la formula di chiusura $\sum R/(1+i)^k = C$, consente di individuare la rata, non la quota capitale da ricomprendere nella stessa che è sempre dettata dalla formula di chiusura $C = \sum C_k$. I valori delle distinte quote capitale, che rivengono dall'ulteriore condizione posta alla base di calcolo (interessi sul debito residuo) nella partizione della rata risultano invertiti. Come si è mostrato, il calcolo degli interessi sul debito residuo implica l'impiego del regime composto, ma la corrispondenza non è biunivoca: il regime composto può trovare impiego in variegate altre partizioni della rata.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

Cambiando l'ordine di imputazione delle rate costanti, si ottiene un risultato che giuridicamente appare diverso. Tuttavia, determinando la rata in regime di capitalizzazione composta, risulta già formalizzato nell'obbligazione accessoria l'anatocismo, espresso nel monte interessi maggiorato. Con il regime composto la rata è € 315,47 e il monte interessi € 261,88; con il regime semplice la rata è € 309,99 e il monte interessi € 239,95.

Se si proietta su diverse scadenze l'ammortamento alla francese, emerge evidente, rispetto al regime semplice, l'assenza di proporzionalità al tempo degli interessi (art. 821 c.c.), accompagnata da un prezzo ex art. 1284 c.c. che, nel suo significato economico di rapporto del monte interessi al capitale finanziato, esprime valori sempre più discosti dal TAN (10%) espresso dal contratto.

| AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE: RATA, MONTE INTERESSI E PREZZO IN FUNZIONE DEL TEMPO (Capitale € 1.000, tasso nominale 10% rata annuale posticipata) | | | | | | |
|---|---|--------|--------|--------|----------|----------|
| Anni | | 4 | 10 | 15 | 20 | 25 |
| RATA | regime composto | 315,47 | 162,75 | 131,47 | 117,46 | 110,17 |
| | regime semplice | 309,99 | 149,53 | 112,74 | 93,81 | 82,11 |
| monte interessi nel regime composto | | 261,88 | 627,45 | 972,11 | 1.349,19 | 1.754,20 |
| monte interessi nel regime semplice | | 239,95 | 495,28 | 691,11 | 876,14 | 1.052,86 |
| Finanz. medio di periodo: regime semplice | | 599,87 | 495,28 | 460,74 | 438,07 | 421,14 |
| Finanz. medio di periodo: regime composto | interessi su debito residuo | 654,71 | 627,45 | 648,07 | 674,60 | 701,68 |
| | interessi su quota capitale in scadenza | 595,3 | 472,55 | 418,60 | 375,40 | 338,32 |
| Prezzo (TAN): Monte interessi/Finanz. medio (regime semplice) | | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 10,00% |
| Prezzo (TAN): Monte interessi/Finanz. medio (regime comp.) | interessi su debito residuo | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 10,00% | 10,00% |
| | interessi su quota capitale in scadenza | 11,00% | 13,28% | 15,48% | 17,97% | 20,74% |

Il divario fra il regime composto e il regime semplice, si evidenzia al crescere della durata del finanziamento. Modificandosi nel tempo il finanziamento medio del prestito, lo scostamento dal criterio proporzionale stabilito dall'art. 821 c.c., è funzionalmente espresso dal confronto degli interessi in ragione d'anno, espressi dal regime composto, rispetto a quelli espressi dal regime semplice. Per un finanziamento di € 1.000 al TAN del 10% e con rata costante, al crescere della

durata del piano di rimborso, l'effetto esponenziale del regime composto (criterio di imputazione degli interessi sul debito residuo), si traduce con un tendenziale aumento del finanziamento medio al quale corrisponde una crescita degli interessi in ragione d'anno, a fronte di una flessione del finanziamento medio nel regime semplice alla quale corrisponde una diminuzione degli interessi in ragione d'anno.

Per l'esempio riportato, allungando la durata del finanziamento progressivamente da 4 a 30 anni, gli interessi in ragione d'anno nel regime composto, salgono da € 65,47 a € 72,75, mentre nel regime semplice scendono da € 59,99 a € 40,76: il carattere esponenziale indotto dal regime composto, al variare della durata e quindi del finanziamento medio annuale, si esprime nel divario crescente con la durata che si riscontra con il valore dell'interesse in ragione d'anno rilevato nel regime semplice. Il divario fra il monte interessi nei due regimi considerati cresce in ragione esponenziale, passando da una differenza di € 34,5 nel piano quinquennale ad una differenza di € 132,17 sul piano decennale e € 473,05 nel piano ventennale.

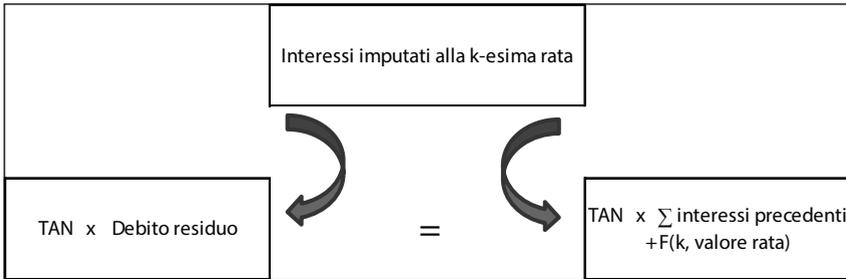
2.4 Ammortamento alla francese: Teorema dell'anatocismo.

Il criterio di imputazione ordinariamente adottato dagli intermediari finanziari, riferisce il calcolo degli interessi, con l'impiego del TAN indicato in contratto, al debito residuo, calcolando per differenza, la quota capitale che rispetta i vincoli del piano di ammortamento. Come si è mostrato, il valore della rata che risulta dal procedimento corrisponde esattamente a quella ricavata dalla formula inversa del regime composto. Quindi, ancorché il calcolo degli interessi imputati alla specifica rata, sia effettuato in regime semplice, il piano rimane governato dal regime composto che determina il valore della rata maggiorata che solo consente di applicare il medesimo TAN, in ragione semplice, al debito residuo.

Si può mostrare matematicamente che, per la peculiarità stessa del vincolo della rata costante, che caratterizza l'ammortamento alla francese, l'ammontare degli interessi della rata k -esima, calcolati in ragione semplice sul debito residuo, rimangono funzionalmente dipendenti dagli interessi precedentemente maturati; cioè, in alternativa al calcolo sul debito residuo, il medesimo importo degli interessi può essere determinato attraverso una funzione degli in-

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

teressi precedenti, con l'aggiunta di una costante che è funzione del valore della rata e del numero di rate precedentemente saldate.



L'imputazione può essere espressa indifferentemente con riferimento al debito residuo oppure con riferimento agli interessi pregressi, l'esito rimane il medesimo.

- i) $I_k = TAN \times D_{k-1}$
- ii) $I_k = TAN \times \sum_{j=0}^{k-1} I_j \sum_{j=0}^{k-1} I_j + TAN \times Capitale - TAN \times (k-1) \times Rata$

Dato il valore del Capitale e della Rata, in quest'ultima espressione, l'addendo: TAN x somma interessi maturati nelle precedenti scadenze, palesa l'algoritmo di calcolo anatocistico.

Parimenti è agevole riscontrare che il debito residuo, che viene richiesto in caso di estinzione anticipata, non è altro che l'attualizzazione, in regime composto, delle future rate.

$$D_k = \sum^n R/(1+i)^k$$

Per l'esempio riportato in precedenza si riscontra, per gli interessi di ciascuna rata, il dettaglio riveniente dall'impiego delle due formule sopra riportate:

| Ammortamento alla francese in regime composto: teorema dell'anatocismo | | | | | |
|---|----------------------|-------------------------------------|-----------------------------|------------|--|
| Piano di ammortamento a rata costante. | | | | | |
| (Capitale € 1.000, tasso nominale 10%, rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | |
| I_1 | $= i \times C = 100$ | $- i \times (k-1) \times R = 0$ | $+ i \times \sum k = 0$ | $= 100,00$ | $D_1 = R/(1+i) + R/(1+i)^2 + R/(1+i)^3 = 784,53$ |
| I_2 | $= i \times C = 100$ | $- i \times (k-1) \times R = 31,55$ | $+ i \times \sum k = 10,00$ | $= 78,45$ | $D_2 = R/(1+i) + R/(1+i)^2 = 547,51$ |
| I_3 | $= i \times C = 100$ | $- i \times (k-1) \times R = 63,09$ | $+ i \times \sum k = 17,85$ | $= 54,75$ | $D_3 = R/(1+i) = 286,79$ |
| I_4 | $= i \times C = 100$ | $- i \times (k-1) \times R = 94,64$ | $+ i \times \sum k = 23,32$ | $= 28,68$ | $D_4 = 0 = 0,00$ |
| I_k | $= TAN \times C$ | $- TAN \times (k-1) \times R$ | $+ TAN \times \sum I_j$ | | $D_k = \sum R/(1+TAN)^k$ |

Emerge in tutta evidenza che con l'imputazione degli interessi calcolati sul debito residuo, il vincolo della rata costante, impone matematicamente una relazione diretta, funzionale crescente, fra gli interessi della rata e gli interessi corrisposti nelle rate precedenti. Ancor più evidente è l'impiego del regime composto nel calcolo del debito residuo come attualizzazione composta delle rate future.

Diversamente dalle altre tipologie di ammortamento, nel piano alla francese, per le peculiarità stesse che rivengono dal vincolo della rata costante, l'impiego del TAN nel calcolo, ad ogni scadenza, degli interessi maturati sul debito residuo, non comporta solamente un anticipato pagamento degli interessi, che sarebbe del tutto legittimo; l'utilizzo del TAN sul debito residuo rende necessario un monte interessi esponenziale, conseguito con la rata determinata in regime composto che, tecnicamente e giuridicamente, implica un'equivalenza intertemporale anatocistica.

In tale effetto, che si aggiunge al pagamento anticipato degli interessi, si qualifica la differenza con i finanziamenti *Bullet*, che parimenti presentano il pagamento degli interessi maturati ad ogni scadenza, anticipato rispetto al rimborso del capitale, ma che di riflesso consentono di evitare l'ascesa esponenziale degli interessi stessi.

Nell'ammortamento alla francese l'intermediario realizza un duplice vantaggio, in quanto, l'incasso anticipato gli interessi maturati sul debito residuo a ciascuna scadenza, con il vincolo della rata costante, induce un rallentamento nel rimborso del capitale che mantiene inalterato il monte interessi esponenziale, già implicito nella rata. È questo secondo riflesso che crea l'effetto anatocistico, direttamente proporzionale agli interessi pregressi, ancorché pagati: sempre interessi su interessi maturati sono.

Nell'ammortamento all'italiana, dove non sussiste il vincolo della rata costante, il criterio di imputare nella rata tutti gli interessi maturati sul debito residuo, non determina alcun riflesso anatocistico, in quanto gli interessi vengono semplicemente anticipati nel pagamento ma il monte interessi rimane invariato rispetto al regime semplice. Si può agevolmente riscontrare che per l'ammortamento all'italiana, gli interessi imputati nella rata, calcolati sul debito residuo, non dipendendo funzionalmente dagli interessi precedentemente corrisposti, non determinano alcuna lievitazione esponenziale.

$$I_k = \text{TAN} \times C - \text{TAN} \times (k-1) \times C/n$$

Il carattere anatocistico nell'ammortamento alla francese rimane celato nella formula di chiusura, cioè a dire nell'attualizzazione in regime composto impiegata per la determinazione del valore costante della rata, che riemerge nel caso di estinzione anticipata del prestito. Il debito residuo in essere a ciascuna scadenza non presenta un'immediata liquidità, bensì qualifica, nel rapporto di equivalenza finanziaria che governa il piano di ammortamento, il valore attuale delle rate che diverranno esigibili in ciascuna delle future scadenze. All'atto della risoluzione anticipata che interviene alla scadenza t_k , il debito residuo D_k è dato appunto dall'equivalenza intertemporale espressa da $D_k = R_{k+1}/(1+i) + R_{k+2}/(1+i)^2 \dots R_n/(1+i)^{n-k}$, che esprime il regime composto che regola il piano. Così come, nella capitalizzazione futura dei rimborsi del finanziamento iniziale, gli interessi sono stati composti attraverso il fattore $(1+i) \times (1+i) \times (1+i) \dots k$ volte per determinare la rata R_k , nel processo inverso le future rate vengono 'decomposte' attraverso il fattore di attualizzazione $1/[(1+i) \times (1+i) \times (1+i) \dots]$, per avere nella medesima equivalenza finanziaria il corrispondente importo esigibile all'atto dell'estinzione anticipata.³⁹ Nel piano di ammortamento precedentemente riportato, alla seconda scadenza, ad esempio, il capitale residuo che il mutuatario deve corrispondere è pari a € 547,51, ma questo importo non è altro che il valore attuale in regime composto delle successive due rate: $547,51 = 315,47/(1+10\%) + 315,47/(1+10\%)^2$; quindi nell'estinzione anticipata riemerge l'anatocismo: occorre rimborsare quel capitale (€ 547,51) che, impiegato in capitalizzazione composta, produce € 315,47 nei successivi due anni.⁴⁰

Il perfetto accostamento dei due piani di ammortamento (Tav. 3.a e 3.b), a meno dell'ordine invertito della composizione, discende dalla circostanza che nell'ammortamento alla francese il regime dell'in-

39) Anche per l'ammortamento all'italiana vale la relazione riportata per l'estinzione anticipata, ma in questo ammortamento non vi sono interessi anatocistici altrimenti corrisposti.

40) Se non fosse invertito l'ordine delle rate, dal riquadro di Tav. 3.a emergerebbe, per lo stesso importo una diversa natura del debito, ricomprendente interessi capitalizzati. In capitalizzazione semplice l'importo del pagamento, nel caso di estinzione alla seconda scadenza, dopo aver corrisposto due rate di importo inferiore (€ 309,99, Cfr. Tav. 1.a) sarebbe risultato € 551,84, anch'esso composto di capitale ed interessi.

teresse composto e il corrispondente monte interessi anatocistico si qualificano, vuoi con la produzione composta (interessi su interessi), ottenuta dal TAN applicato al capitale che si rende esigibile ad ogni scadenza, vuoi, alternativamente, con la produzione semplice degli interessi, ottenuta dal TAN applicato ad ogni scadenza all'intero debito residuo; in questa seconda circostanza, il pagamento anticipato degli interessi maturati ad ogni scadenza non arresta l'ascesa esponenziale degli stessi, che viene ad essere alimentata in termini sostitutivi dal capitale il cui rimborso viene prorogato: il monte interessi determinato inizialmente con il valore della rata rimane invariato, alimentato dagli interessi successivi ad ogni scadenza traslati sul maggior debito residuo. Il piano di rimborso, nei due casi, è perfettamente identico, il piano di ammortamento anche, seppur invertito nella partizione di quota capitale e quota interessi. Ciò che viene esplicitamente convenuto in contratto è la rata, ma, come mostrato nelle Tav. 3.a e 3.b, la medesima rata - variando la composizione o, meglio, il relativo ordine di successione - può evidenziare la 'composizione' di interessi o celarla non palesando, *ictu oculi*, interessi su interessi, che rimangono celati nella formula alternativa sopra riportata.

Il regime che governa il piano di ammortamento rimane quello composto, con produzione esponenziale degli interessi, anche se con il criterio di imputazione adottato dagli intermediari si passa all'equivalente calcolo in ragione semplice degli interessi sul debito residuo: come si è mostrato, con il vincolo della rata costante, ciò implica un rapporto diretto degli interessi prodotti a quelli pregressi, implicante l'anatocismo. Nell'ammortamento alla francese, ciò che qualifica l'anatocismo non è la partizione, fra interessi e capitale, della rata, bensì è il regime finanziario sottostante il valore della rata, che ingloba e determina il monte interessi esponenziale espresso nella convenzione contrattuale. Ogni perizia tecnica che, rimarcando l'interesse semplice applicato ad ogni scadenza sul debito in essere, asseverasse il contrario, incorrerebbe in un mero fraintendimento finanziario.

Il criterio di imputazione basato sul calcolo degli interessi semplici sul debito residuo risulta del tutto assimilabile alla pattuizione di un finanziamento che, a ciascuna scadenza, prevede il pagamento del montante con il contestuale rifinanziamento di una parte del capitale predeterminata nell'accordo. In questo *roll over* si insinua un mecca-

nismo di elusione al quale frequentemente si è fatto ricorso storicamente per eludere il presidio all'anatocismo. Appare evidente che la produzione di interessi su interessi formalmente scompare se si conviene, alla fine di ciascun periodo, il pagamento del montante abbinato al contestuale rifinanziamento di tutto o parte del montante stesso, che si risolve sostanzialmente in una liquidazione del saldo. Nella commistione, fra pagamento del montante e rifinanziamento, gli interessi possono agevolmente divenire capitale rifinanziato, in quanto quest'ultimo va a ricostituire le disponibilità impiegate sia nel pagamento del capitale, sia nel pagamento degli interessi: la contestualità del pagamento delle due obbligazioni in abbinamento al rifinanziamento è fonte di elusione. Nell'ammortamento alla francese al cliente passa completamente inosservata la scelta del criterio di imputazione delle rate, non esplicitata e posta, solo negli esiti del calcolo, in allegato. Ma, attraverso il criterio di imputazione, si interscambiano pagamenti di capitale con pagamenti di interessi, prolassando il rimborso del capitale ed accrescendo in questo modo il monte interessi: tale crescita incontra un limite nell'importo del monte interessi, maggiorato attraverso l'impiego del regime composto.

Tale meccanismo, come si mostrerà più avanti, è del tutto assente nell'ammortamento all'italiana nel quale, essendo prestabilita la quota capitale costante a rimborso, non interviene alcun interscambio fra capitale ed interessi e il criterio di imputazione che prevede il calcolo, ad ogni scadenza, degli interessi maturati sul debito residuo, determina solo ed esclusivamente l'anticipato pagamento degli stessi.

2.5 Regime composto con pagamento anticipato e/o crescita esponenziale degli interessi.

Sul piano finanziario il pagamento degli interessi, anticipato rispetto alla scadenza del capitale, colloca l'operazione sotto l'egida del regime composto, in quanto si considerano implicitamente i frutti che tali interessi, divenuti capitale con il pagamento, continuano a fruttare al di fuori dell'operazione, nel portafoglio del creditore. Di riflesso capitalizzazione e pagamento alle distinte scadenze degli interessi, anticipato rispetto al rimborso del capitale, risultano associati nel medesimo regime finanziario. Diversamente sul

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

piano giuridico, l'anatocismo attiene esclusivamente al fenomeno della capitalizzazione degli interessi: il presidio posto dalla norma concerne esclusivamente gli aspetti di produzione di interessi su interessi in capo al mutuatario, per gli effetti di crescita esponenziale che più facilmente può condurre a situazioni di patologia ed insolvenza. Il pagamento degli interessi, anticipato rispetto alla scadenza del capitale, al contrario, comporta una crescita lineare degli stessi, proporzionale al capitale finanziato.

Sul piano tecnico-finanziario, la produzione di interessi su interessi è del tutto assimilabile, in un rapporto di sinonimia, con la crescita esponenziale degli interessi stessi, nel senso che matematicamente è possibile pervenire allo stesso esito economico-finanziario, vuoi con l'esplicita produzione degli interessi sugli interessi, vuoi con algoritmi alternativi che, su un piano di equivalenza finanziaria, conseguono il medesimo esito esponenziale del monte interessi, realizzato anche attraverso interessi primari. Informandosi ai rigorosi principi che hanno ispirato la Cassazione del '99 nel sanzionare il meccanismo di produzione anatocistica dei rapporti di conto, si può ragionevolmente ritenere che, anche giuridicamente, queste modalità diverse di concepire il piano di rimborso del finanziamento configurino a tutti gli effetti anatocismo: risulterebbe altrimenti agevolmente eludibile il presidio di legge, vanificando il fine ultimo dallo stesso perseguito.

Riprendendo l'esempio di € 1.000, al TAN del 10% di durata 4 anni, per un finanziamento di tipo *Zero coupon* e di tipo *Bullet*, avremo i seguenti piani di ammortamento, sviluppati in regime composto.

| Finanziamento Zero coupon (regime composto) Tav. 4.a (Capitale € 1.000, tasso nom. 10% rata ann. post., dur. 4 anni) | | | | | | Finanziamento bullet (regime composto) Tav. 4.b (Capitale € 1.000, tasso nom. 10% rata ann. post., dur. 4 anni) | | | | | | |
|---|-------------------------|--------------------------------------|----------|---|--------------------|--|-------------------------|--------------------------------------|----------|---|--------------------|----------|
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $D_{k-1} \cdot i$ | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $D_{k-1} \cdot i$ | Rata | Residuo debito | | |
| | | | | Capitale D_k | Interessi maturati | | | | | Capitale D_k | Interessi maturati | |
| 0 | - | - | - | 1000,00 | 0,00 | 0 | - | - | - | 1.000,00 | 0,00 | |
| 1 | 0,00 | - | 0,00 | 1000,00 | 100,00 | 1 | - | 100,00 | 100,00 | 1.000,00 | 0,00 | |
| 2 | 0,00 | - | 0,00 | 1000,00 | 210,00 | 2 | - | 100,00 | 100,00 | 1.000,00 | 0,00 | |
| 3 | 0,00 | - | 0,00 | 1000,00 | 331,00 | 3 | - | 100,00 | 100,00 | 1.000,00 | 0,00 | |
| 4 | 1000,00 | 464,10 | 1.464,10 | 0,00 | 464,10 | 4 | 1.000,00 | 100,00 | 1.100,00 | 0,00 | 0,00 | |
| | | | | 1.000,00 | 464,10 | | | | | 1.000,00 | 400,00 | 1.400,00 |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | | | | | Finanziamento medio di periodo | | 1.000,00 |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 11,603% |
| | | | | | | | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,000% |

Come si evidenzia nelle due Tavole, la lievitazione esponenziale degli interessi si riscontra associata alla capitalizzazione degli interessi (Tav. 4.a): il TAN del 10% viene calcolato sul montante (debito residuo) che lievita ad ogni scadenza. Per contro, il pagamento anticipato degli interessi, prima della scadenza del capitale, si pone in termini contrapposti alla produzione di interessi su interessi (Tav. 4.b): il montante rimane invariato, pari al capitale finanziato (1.000). Quest'ultima modalità è del tutto consentita dall'ordinamento, mentre la prima disattende il presidio imperativo posto dagli artt. 1283 c.c. e 120 TUB. Ciò è del tutto coerente con gli obiettivi di tutelare l'operatore da crescite esponenziali incontrollate degli interessi.

Nell'attuale quadro giuridico, mentre il finanziamento di tipo *Bullet* risulta del tutto legittimo, il finanziamento di tipo *Zero Coupon* presenta una pregnante illiceità, in quanto, l'espressione del TAN (10%) in regime composto, contravviene esplicitamente al presidio posto dalla legge. Tale criticità può essere agevolmente rimossa esprimendo il finanziamento in regime semplice: cioè, convenendo il TAN dell'11,6% in regime semplice, si ottiene il medesimo piano nel rispetto della norma di legge. Nella circostanza, la problematicità dell'anatocismo, si risolve unicamente in un aspetto di trasparenza. L'operatore che accede al finanziamento è reso edotto che il prezzo è commisurato, non al 10% in regime composto, bensì all'11,6%, che è quanto esprime, in termini di prezzo, l'ammontare degli interessi richiesti, in rapporto al capitale finanziato. Risulterebbe assai fuorviante esprimere un TAN del 10% e poi esigere € 1.464, pari in ragione d'anno, all'11,6%. Concettualmente il prezzo è tenuto distinto dalle modalità e tempi di pagamento: la commistione implicita nel tasso composto, soprattutto se quest'ultimo è più basso, può essere facilmente fonte di fraintendimenti per coloro che dispongono di una scarsa emancipazione finanziaria. I presidi di trasparenza, apprezzabilmente implementati in quest'ultimo decennio, costituiscono aspetti sostanziali per il mercato del credito, pervaso da una notevole asimmetria informativa e contrattuale, accompagnata da una scarsa emancipazione finanziaria dell'operatore che accede a tale mercato.

Nel rispetto dei criteri di trasparenza il TAN dell'art. 1284 c.c. non

può che riferirsi al concetto economico di prezzo, espresso nel rapporto di proporzionalità degli interessi al capitale finanziato, distintamente dal TAEG riportato in contratto, parametro che assume un funzione diversa, quale indicatore di confronto nelle valutazioni *ex ante* che precedono la scelta del finanziamento.

Nei finanziamenti a rimborso progressivo, ordinariamente sviluppati dagli intermediari finanziari, in regime composto e con imputazione a pagamento degli interessi maturati, ad ogni scadenza, sull'intero capitale in essere, non è così agevole, da un lato distinguere la presenza o meno dell'anatocismo, dall'altro accertare la corrispondenza al prezzo del finanziamento del TAN ex art. 1284 c.c. indicato in contratto.

Per il primo aspetto si è osservato che il regime composto non comporta, di regola, un effetto anatocistico se gli interessi sono pagati anticipatamente. Poiché nei finanziamenti a rimborso progressivo tutti gli interessi maturati vengono, ad ogni scadenza prontamente pagati, risulterebbe *prima facie* da escludere la presenza dell'anatocismo. Con l'anticipato pagamento degli interessi, non realizzandosi alcuna produzione di interessi su interessi, dovrebbe attendersi – come nei finanziamenti *Bullet* – un monte interessi eguale a quello del regime semplice, penalizzato nella modalità anticipata del pagamento, ma invariato nell'importo complessivamente corrisposto. D'altra parte l'anticipato pagamento degli interessi, intanto è consentito dall'ordinamento, in quanto evita quell'ascesa esponenziale degli interessi tipica dell'anatocismo.

Come si è mostrato, tuttavia, nell'ammortamento alla francese, ordinariamente impiegato dagli intermediari creditizi, i due oneri – anticipato pagamento degli interessi maturati e crescita esponenziale del monte interessi – si presentano congiuntamente, determinando una doppia penalizzazione che risulta debordare i limiti posti dall'ordinamento.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
 LA VERITÀ CELATA

| Ammortamento alla francese: regime semplice e composto Piano di ammortamento a rata costante. (Capitale € 1.000, tasso nominale 10%, rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | | |
|---|---|-----------------|----------|----------------|---------------------------------------|------|--------------------------|---|----------|--------------------|--------------------|--------|
| Regime finanziario semplice. Tav. 1.a | | | | | Regime finanziario composto. Tav. 3.b | | | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C'_k | Quota interessi $D'_{k-1} \cdot i$ | Rata | Residuo debito | | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale D'_k | Interessi maturati | |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | |
| 1 | 281,81 | 28,18 | 309,99 | 718,19 | 71,82 | 1 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 784,53 | - | |
| 2 | 258,32 | 51,66 | 309,99 | 459,87 | 91,97 | 2 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 547,51 | - | |
| 3 | 238,45 | 71,54 | 309,99 | 221,42 | 66,43 | 3 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 286,79 | - | |
| 4 | 221,42 | 88,57 | 309,99 | 0,00 | 0,00 | 4 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 0,00 | - | |
| | 1.000,00 | 239,95 | 1.239,95 | duration | 2,34 | | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 | |
| | Finanziamento medio di periodo | | | | 599,87 | | | Finanziamento medio di periodo | | | | 654,71 |
| | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | 10,00% | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | 10,00% |

Come si può rilevare dalla Tavola sopra riportata, con il passaggio dal regime semplice al regime composto, il criterio di imputare a pagamento nella rata tutti gli interessi maturati sul debito residuo, comporta, non solo l'onere del pagamento anticipato degli interessi, ma anche un monte interessi complessivo maggiorato, ricomprendente l'effetto esponenziale, tipico dell'anatocismo. Tale effetto è realizzato ritardando il rimborso del capitale che, da un valore medio di € 599,87 del regime semplice, si eleva a € 654,71 del regime composto, così che, con imputazione degli interessi calcolati sul debito residuo, il monte complessivo degli stessi è costituito esclusivamente da interessi primari. Si evidenzia, altresì, che, ancorché il monte interessi presenti, rispetto al regime semplice, un valore corrispondente alla lievitazione esponenziale degli interessi, con riferimento al capitale mediamente finanziato (€ 654,71), l'anticipo degli interessi è maggiore di quello che risulterebbe in un classico finanziamento *Bullet* di pari importo medio (654,71): infatti, in luogo della successione di interessi € 100 + € 78,45 + € 54,75 + € 28,68 = € 1.261,88, nel finanziamento *Bullet* si avrebbe la successione: € 65,471 + € 65,471 + € 65,471 + € 65,471 = € 1.261,88.

Con il diverso criterio di imputazione degli interessi calcolati direttamente in regime composto sulla quota capitale in scadenza con la rata, si avrebbe il piano di ammortamento finanziariamente del tutto equivalente esaminato in precedenza:

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
 LA VERITÀ CELATA

| Amm. francese. Regime composto | | | | | | | | | | | |
|---|---|-------------------------------------|----------|----------------|--------------------------------------|------|---|-----------------------------------|----------|-----------------|--------------------|
| (Capitale € 1.000, tasso nom. 10%, rata ann. Post. Durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
| Interessi su Quota cap. in scadenza Tav. 3.a | | | | | Interessi su debito residuo Tav. 3.b | | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $C_k \cdot (1+i)^k$ | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $D_{k,i} \cdot i$ | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale D_k | Interessi maturati | | | | | Capitale D'_k | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | 0,00 | 0 | - | - | - | 1.000,00 | 0,00 |
| 1 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 713,21 | 71,32 | 1 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 784,53 | 0,00 |
| 2 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 452,49 | 95,02 | 2 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 547,51 | 0,00 |
| 3 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 215,47 | 71,32 | 3 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 286,79 | 0,00 |
| 4 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 0,00 | 0,00 | 4 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 0,00 | 0,00 |
| | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 | | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 |
| | Finanziamento medio di periodo | | | | 595,29 | | Finanziamento medio di periodo | | | | 654,71 |
| | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. (TAN) | | | | 11,00% | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. (TAN) | | | | 10,00% |

Con il criterio di imputazione degli interessi calcolati sulla quota capitale in scadenza, anziché sul debito residuo, non si ha alcun anticipo nel pagamento degli interessi e il piano di rimborso del capitale, nonché il valore medio del finanziamento rimangono prossimi a quello del regime semplice; nella circostanza, la maggiorazione del monte interessi risulta direttamente realizzata attraverso la produzione di interessi su interessi e il prezzo, espresso dal monte interessi rapportato al finanziamento medio risulterebbe maggiore del TAN indicato in contratto (11% in luogo del 10%).

Se la rata costante fosse determinata impiegando il TAN (10%) in regime semplice, non sarebbe possibile utilizzare il medesimo TAN per il calcolo degli interessi sul debito residuo: il vincolo di chiusura del piano imporrebbe un tasso minore (9,19%). Mentre con la rata costante determinata in regime composto, l'impiego del TAN (10%) per il calcolo degli interessi sul debito residuo, comporta nell'imputazione, nelle prime rate, un carico di interessi maggiore, che comprime il capitale a rimborso, ampliando il valore medio di utilizzo del finanziamento e, di riflesso, maggiorando il carico degli interessi risultanti dal piano, sino al valore complessivo del monte interessi propedeuticamente determinato, in regime composto, nel valore della rata. Di tal guisa si converte la dinamica esponenziale dell'interesse in proporzionale al capitale, replicando i medesimi effetti di un piano di ammortamento in regime semplice, non più costante nella rata, ma

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

marcatamente diluito nella duration⁴¹, che tuttavia conserva il medesimo valore del finanziamento medio di periodo.⁴²

Nel confronto con il piano di ammortamento in regime semplice, risultando alla stesso tempo incrementato sia il monte interessi, da € 239,95 a € 261,88, attraverso la rata in regime composto, sia il valore medio del finanziamento, portato da € 599,87 a € 654,71, il prezzo del finanziamento risulta correttamente espresso dal medesimo TAN al 10% del regime semplice [Prezzo regime semplice = $239,95 / (599,87 \times 4) = 10\%$; Prezzo regime composto = $261,88 / (654,71 \times 4) = 10\%$]. Tutto torna, salvo la maggiorazione esponenziale del monte interessi.

2.6 L'ammortamento alla francese e all'italiana: confronto.

Analogamente a quanto esposto per l'ammortamento alla francese (o a rata costante), l'ammortamento all'italiana (o a quota capitale costante) può essere sviluppato in regime semplice o composto.

- 41) La duration è definita come la media delle scadenze dei flussi finanziari, ponderate per il valore attuale delle somme corrisposte.
- 42) Infatti, se sulle quote capitale risultanti, si applica il regime proporzionale della capitalizzazione semplice ($Ck \cdot k \cdot i$), si consegue il medesimo ammontare complessivo di interessi (€ 261,88 della capitalizzazione composta, in luogo di € 239,95 della capitalizzazione semplice). In altri termini, se alle quote capitale risultanti dal regime composto si applica il regime finanziario semplice, si ottiene un piano di ammortamento con il medesimo ammontare complessivo di interessi (le rate risultano al contrario crescenti nel tempo), ma con un diverso e assai più graduale flusso di pagamento degli interessi.

| Interessi semplice su quota capitale in scadenza Tav. 3.b bis (Capitale € 1.000, tasso nom. 10% rata annuale post., durata 4 anni) | | | | | |
|---|---|-----------------|----------|----------------|--------------------|
| Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | 0,00 | 0,00 | 0,00 | 1.000,00 | |
| 1 | 215,47 | 21,55 | 237,02 | 784,53 | 78,45 |
| 2 | 237,02 | 47,40 | 284,42 | 547,51 | 109,50 |
| 3 | 260,72 | 78,22 | 338,94 | 286,79 | 86,04 |
| 4 | 286,79 | 114,72 | 401,51 | 0,00 | 0,00 |
| | 1.000,00 | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,55 |
| | Finanziamento medio di periodo | | | | 654,71 |
| | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | | | 10,00% |

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

Nel regime semplice, come visto, il criterio di imputazione è univocamente determinato in quanto gli interessi pagati nella rata devono essere calcolati esclusivamente sulla quota capitale in scadenza, cumulati per il periodo che intercorre dal tempo zero (t_0) alla scadenza della rata (t_k). Gli interessi maturano gradualmente nel tempo e vengono corrisposti in uno con la quota capitale all'atto della scadenza di quest'ultima.

Nel regime composto l'importo della rata risulterà composta da una quota predeterminata di capitale e da una quota di interessi che varia in funzione del criterio di imputazione stabilito dalle parti. Ordinariamente gli intermediari bancari privilegiano il criterio di calcolo degli interessi sul debito residuo (Tav. 4.b), ma è possibile prevedere sia il criterio di calcolo degli interessi composti sulla quota capitale in scadenza (Tav. 4.a), sia criteri ulteriori, rimessi formalmente nella libera determinazione delle parti.

| Ammortamento Italiano: regime composto (Capitale € 1.000, tasso nom. 10% rata ann. Post. Durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
|--|----------------|-----------------|--------|---|--------------------------------------|---|----------------|-----------------|----------|----------------|--------------------|
| Interessi su quota cap. in scadenza. Tav. 4.a | | | | | Interessi su Debito residuo Tav. 4.b | | | | | | |
| Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | 0,00 |
| 1 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 750,00 | 75,00 | 1 | 250,00 | 100,00 | 350,00 | 750,00 | 0,00 |
| 2 | 250,00 | 52,50 | 302,50 | 500,00 | 105,00 | 2 | 250,00 | 75,00 | 325,00 | 500,00 | 0,00 |
| 3 | 250,00 | 82,75 | 332,75 | 250,00 | 82,75 | 3 | 250,00 | 50,00 | 300,00 | 250,00 | 0,00 |
| 4 | 250,00 | 116,03 | 366,03 | 0,00 | 0,00 | 4 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 0,00 | 0,00 |
| | | | | 1.000,00 | 276,28 | 1.276,28 | duration | 2,50 | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 625,00 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. (TAN) | | 11,05% | | | | | |
| | | | | | | 1.000,00 | | 250,00 | 1.250,00 | duration | 2,28 |
| | | | | | | Finanziamento medio di periodo | | 625,00 | | | |
| | | | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. (TAN) | | 10,00% | | | |

Nell'ammortamento all'italiana, l'effetto anatomico della lievitazione esponenziale degli interessi si configura solamente con il criterio di imputazione degli interessi, calcolati in regime composto, sulla quota capitale rimborsata con la rata. Nella circostanza, non si avrebbe alcun anticipo nel pagamento degli interessi e la maggiorazione del monte interessi risulta direttamente realizzata attraverso la produzione di interessi su interessi. Rimanendo invariata la quota capitale, l'impiego del regime composto, se il criterio di imputazione degli interessi è riferito alla quota capitale in scadenza, determina il pagamento in uno con il rimborso del capitale, come nel regime semplice, senza alcuna

anticipazione rispetto allo stesso, ma con una lievitazione del monte interessi, direttamente riconducibile alla produzione di interessi su interessi; se, invece, il criterio di imputazione degli interessi è riferito al debito residuo, con l'impiego del regime composto, diversamente dal regime semplice, si ha un'anticipazione nel pagamento degli interessi, ma il monte interessi rimane identico a quello del regime semplice, senza alcuna lievitazione esponenziale.

Rispetto al regime semplice, in quest'ultima circostanza, che costituisce quella ordinariamente praticata dagli intermediari, nell'ammortamento all'italiana il mutuatario subisce esclusivamente l'onere del pagamento anticipato degli interessi, alla stregua di un ordinario finanziamento *Bullet*. La scelta di imputare nella rata tutti gli interessi maturati nel periodo sul debito residuo non interferisce nella quota capitale a rimborso, che rimane costante per il vincolo del piano. Parallelamente il finanziamento medio usufruito rimane invariato. Come mostra la Tavola seguente, nell'ammortamento all'italiana si passa dal regime semplice al regime composto, con interessi calcolati sul debito residuo, con la semplice inversione dell'ordine delle rate che, nella circostanza, come detto, rimangono invariate nell'ammontare complessivo.⁴³

43) Non deve stupire la circostanza. Ancorché il finanziamento medio rimane il medesimo (€ 625) sia nel regime semplice che composto, in quest'ultimo i pagamenti delle rate più alte sono anticipati ed esauriscono il differenziale implicito nel passaggio dal regime semplice al regime composto. Se il monte interessi, in luogo del finanziamento medio, fosse ragguagliato al montante dell'esposizione in essere a ciascuna scadenza (capitale ed interessi), si riscontrerebbe un'apprezzabile contrazione da € 662,5 a € 625,0, quale risultante dei maggiori introiti iniziali di interessi nel regime composto, i cui paralleli frutti secondari sono prodotti al di fuori del piano, nel portafoglio dell'intermediario.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

| Piano di ammortamento all'italiana: regime semplice e composto. | | | | | | | | | | | |
|---|----------------|-----------------|--------|---|---------------------------------------|----------|----------------|-----------------|--------|----------------|--------------------|
| Piano di ammortamento a Quota capitale costante (Capitale € 1.000, tasso nominale 10% rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
| Regime finanziario semplice. Tav. 5.a | | | | | Regime finanziario composto. Tav. 5.b | | | | | | |
| Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 750,00 | 75,00 | 1 | 250,00 | 100,00 | 350,00 | 750,00 | - |
| 2 | 250,00 | 50,00 | 300,00 | 500,00 | 50,00 | 2 | 250,00 | 75,00 | 325,00 | 500,00 | - |
| 3 | 250,00 | 75,00 | 325,00 | 250,00 | 25,00 | 3 | 250,00 | 50,00 | 300,00 | 250,00 | - |
| 4 | 250,00 | 100,00 | 350,00 | 0,00 | 0,00 | 4 | 250,00 | 25,00 | 275,00 | 0,00 | - |
| | | | | 1.000,00 | 250,00 | 1.250,00 | duration | 2,43 | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 625,00 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,00% | | | | | |
| | | | | 1.000,00 | | 250,00 | 1.250,00 | duration | 2,28 | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 625,00 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,00% | | | | | |

L'usuale prassi, adottata dagli intermediari, di imputare nella rata tutti gli interessi maturati sul debito residuo, mentre nell'ammortamento alla francese, conduce, rispetto al regime semplice, ad un monte interessi maggiorato dell'effetto anatocistico, nell'ammortamento all'italiana, con tale imputazione, non si riscontra alcuna lievitazione anatocistica.

| Ammortamento alla francese: regime semplice e composto | | | | | | | | | | | |
|--|----------------------|-----------------|--------|---|---------------------------------------|----------|----------------------|--------------------------------|--------|-----------------|--------------------|
| Piano di ammortamento a rata costante. (Capitale € 1.000, tasso nominale 10% rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
| Regime finanziario semplice. Tav. 1.a | | | | | Regime finanziario composto. Tav. 3.b | | | | | | |
| Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale C_k | Quota interessi $D'_{k-1} * i$ | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi maturati | | | | | Capitale D'_k | Interessi maturati |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | - | - | - | 1.000,00 | - |
| 1 | 281,81 | 28,18 | 309,99 | 718,19 | 71,82 | 1 | 215,47 | 100,00 | 315,47 | 784,53 | - |
| 2 | 258,32 | 51,66 | 309,99 | 459,87 | 91,97 | 2 | 237,02 | 78,45 | 315,47 | 547,51 | - |
| 3 | 238,45 | 71,54 | 309,99 | 221,42 | 66,43 | 3 | 260,72 | 54,75 | 315,47 | 286,79 | - |
| 4 | 221,42 | 88,57 | 309,99 | 0,00 | 0,00 | 4 | 286,79 | 28,68 | 315,47 | 0,00 | - |
| | | | | 1.000,00 | 239,95 | 1.239,95 | duration | 2,34 | | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 599,87 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,00% | | | | | |
| | | | | 1.000,00 | | 261,88 | 1.261,88 | duration | 2,38 | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 654,71 | | | | | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,00% | | | | | |

Come mostrato in precedenza, nell'ammortamento alla francese, con l'impiego del regime composto, per via del vincolo della rata costante, l'anticipo del pagamento degli interessi indotto dal criterio di imputazione al debito residuo, sortisce l'effetto di posticipare i rimborsi del capitale, inducendo, accanto all'anticipazione del pagamento, anche

la lievitazione degli interessi. Rispetto ad un finanziamento *Bullet*, di pari finanziamento medio e durata, nell'ammortamento alla francese si realizza un'anticipazione ancor più accelerata del pagamento degli interessi, senza il beneficio di evitare la lievitazione esponenziale dell'anatocismo. Al contrario, nell'ammortamento all'italiana, il cui vincolo costante attiene alla quota capitale, l'impiego del regime composto induce più semplicemente un'accelerazione nel pagamento degli interessi, senza mutarne l'importo complessivo.

I diversi interessi che si riscontrano nell'ammortamento all'italiana, rispetto a quello alla francese, sono riconducibili all'effetto congiunto del regime finanziario e del criterio di imputazione adottato. Si è frequentemente travisato questo aspetto affermando semplicisticamente che l'ammortamento alla francese presenta un rimborso del capitale più graduale e quindi con un maggior carico di interessi: la spiegazione risulta più articolata. Come si evince chiaramente dal confronto sopra riportato, se si opera nel regime semplice, l'ammortamento alla francese comporta un rimborso più rapido, quindi un finanziamento medio più basso (€ 599,87 contro € 625,00) e un carico di interessi minore (€ 239,95 contro € 250,00); nel passaggio dal regime semplice al composto, nell'usuale criterio di imputazione degli interessi calcolati sul debito residuo, la situazione si rovescia: diversamente dall'ammortamento all'italiana dove si determina un'anticipazione del pagamento degli interessi, ma rimane invariato il finanziamento medio (€ 625,00) e il carico degli interessi (250,00), nell'ammortamento alla francese, l'anticipazione del pagamento degli interessi determina un rallentamento dei rimborsi che eleva il finanziamento medio da € 599,9 a € 654,71 e, parallelamente, eleva anche il monte interessi da € 239,95 a € 261,88. La maggiore onerosità dell'ammortamento alla francese, rispetto a quello all'italiana è tutta riconducibile all'effetto di lievitazione esponenziale degli interessi, implicito nella rata che si riverbera sul rallentamento del rimborso del debito, presente nel primo ed assente nel secondo; entrambe presentano l'anticipazione nel pagamento degli interessi, ma solo l'ammortamento alla francese ingloba anche l'effetto di crescita esponenziale degli interessi, necessaria a spesare gli interessi maturati, inducendo il ritardo nel rimborso del capitale. Anche da tale confronto si appalesa il menzionato effetto anatocistico, presente nell'ammortamento alla francese, assente in quello all'italiana.

Occorre prestare attenzione al rapporto di causa ed effetto: la maggiore onerosità dell'ammortamento alla francese in regime composto, rispetto all'ammortamento all'italiana, non è propriamente riconducibile al rallentamento nel rimborso del debito, bensì è riconducibile alla lievitazione del monte interessi, che si riscontra in pari misura, anche nel diverso criterio di imputazione degli interessi alla quota capitale in scadenza, che tale rallentamento nel rimborso non presenta.

2.7 La libera determinazione del pagamento degli interessi ricondotta al rispetto del presidio all'anatocismo.

Non vi sono preclusioni giuridiche al pagamento degli interessi maturati, ancor prima della scadenza del capitale. Questa libertà, rimessa dall'ordinamento alla volontà delle parti, risulta, nei contratti di adesione, solo formale, traducendosi nell'univoca discrezionalità dell'intermediario, al quale tuttavia compete l'obbligo di conciliare tale libertà con il divieto di anatocismo posto dalla norma. Tale divieto preclude l'impiego del TAN in capitalizzazione composta per determinare la rata del finanziamento in quanto si conviene per questa via un monte interessi anatocistico. La norma non impedisce di convenire il pagamento degli interessi maturati, prima della scadenza del capitale, purché siano calcolati nell'ambito di un piano di rimborso definito in regime semplice.

Se, in ossequio al principio riveniente dall'art. 821 c.c. e dell'art. 1284 c.c., in rispetto dell'art. 1283 c.c. e dell'art. 120 TUB, a fronte di una convenzione che esplicita un tasso nominale annuo (TAN) del 10%, la determinazione della rata viene calcolata impiegando il TAN in regime di capitalizzazione semplice, anziché composta, nel rispetto della condizione di chiusura, $C = C_1 + C_2 + \dots + C_n$, la rata risulta pari a € 309,99. Con tale rata, il parallelo piano, con conteggio degli interessi sul debito residuo anziché sul debito in scadenza, restituisce un tasso effettivo annuo minore, pari al 9,19%.

In altre parole, impiegando il TAN del 10% in regime semplice per determinare il valore della rata, il vincolo di chiusura del piano consente, nella scelta del criterio di imputazione, due possibilità alternative di utilizzo:

i) quella ortodossa, con il tasso del 10% impiegato in regime semplice, sulla quota capitale in scadenza, per il calcolo degli interessi

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
 LA VERITÀ CELATA

maturati nel periodo da t_0 a t_k (prospetto di sinistra di Tav. 6);
 ii) la variante alternativa, che anticipa il pagamento degli interessi, con il tasso del 9,19% impiegato in regime semplice, sull'intero debito residuo, per il calcolo degli interessi maturati nel periodo unitario; in questa seconda alternativa il 9,19% restituito dal vincolo del piano costituisce il tasso equivalente corrispondente nel regime composto (prospetto di destra di Tav. 6).

| Ammortamento alla francese in regime semplice | | | | | | Tav. 6 | | | | | |
|---|----------------|-----------------|--------|---|-----------|---|----------------|-----------------|--------|----------------|-----------|
| Piano di ammortamento a rata costante: tasso semplice 10%, tasso equivalente 9,19% ⁽¹⁾ | | | | | | | | | | | |
| (Capitale € 1.000, tasso nominale 10%, rata annuale posticipata, durata 4 anni) | | | | | | | | | | | |
| Interessi su capitale in scadenza (10%) | | | | | | Interessi sul debito residuo (tasso equivalente: 9,19%) | | | | | |
| Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | | Anno | Quota capitale | Quota interessi | Rata | Residuo debito | |
| | | | | Capitale | Interessi | | | | | Capitale | Interessi |
| 0 | - | - | - | 1.000,00 | - | 0 | 0,00 | 0,00 | - | 1000,00 | - |
| 1 | 281,81 | 28,18 | 309,99 | 718,19 | 71,82 | 1 | 218,04 | 91,95 | 309,99 | 781,96 | - |
| 2 | 258,32 | 51,66 | 309,99 | 459,87 | 91,97 | 2 | 238,09 | 71,90 | 309,99 | 543,87 | - |
| 3 | 238,45 | 71,54 | 309,99 | 221,42 | 66,43 | 3 | 259,98 | 50,01 | 309,99 | 283,89 | - |
| 4 | 221,42 | 88,57 | 309,99 | 0,00 | 0,00 | 4 | 283,89 | 26,10 | 309,99 | 0,00 | - |
| | | | | 1.000,00 | 239,95 | 1.239,95 | duration | | 2,34 | | |
| | | | | Finanziamento medio di periodo | | 599,87 | | | | 652,43 | |
| | | | | Prezzo: Totale interessi/Finanz. Medio x 4. | | 10,00% | | | | 9,19% | |

(1) Per la rata di 309,99 la condizione di chiusura impone il tasso del 9,19%.

Nella convenzione che, per la determinazione della rata, utilizza il TAN del 10% in capitalizzazione composta si configura la previsione anatocistica che precede la scadenza degli interessi e il calcolo degli interessi sul debito residuo che matematicamente risulta funzione diretta e proporzionale alla somma degli interessi pregressi. Nel rispetto degli artt. 821, 1283, 1284 c.c. e 120 TUB, nella determinazione della rata di ammortamento, appare ineludibile, invece, l'impiego del TAN in regime semplice, quale che sia, dei due alternativi criteri di imputazione sopra indicati, quello adottato.⁴⁴

La dizione 'ammortamento alla francese' ha ormai assunto connotazioni promiscue; gli stessi addetti al credito, informandosi alla generica definizione suggerita dalla Banca d'Italia e riportata nei glossari

44) Con l'imputazione degli interessi sul debito residuo si creerebbe una discrasia sul prezzo del finanziamento che, per il TAN di determinazione della rata sarebbe espresso dal 10%, mentre rapportando il monte interessi al debito medio, come modificato dal criterio di imputazione scelto, risulterebbe pari al 9,19%.

dei contratti, in termini ricorrenti l'hanno assimilata esclusivamente ed esaustivamente all'«ammortamento a rata costante». Ma, prima ancora che opaca, inintelligibile e arbitraria, la formulazione impiegata nella definizione del piano di ammortamento, desumibile esclusivamente dallo sviluppo numerico riportato in allegato al contratto, appare contraria al divieto di convenzione anatocistica, implicito nell'art. 1283 c.c. ed esplicito nell'art. 120 TUB, 2° comma.

L'accertamento, ad ogni scadenza, del moltiplicatore semplice di calcolo degli interessi, non consente, da solo, di far discendere l'impiego del regime di capitalizzazione semplice: solo la legge intertemporale che governa il piano di ammortamento e che, in particolare, presiede la determinazione dell'obbligazione accessoria inclusa nel valore della rata consente di inferire il regime finanziario impiegato e la connessa previsione esponenziale degli interessi.

Su tale evidenza alla quale si perviene nella scienza finanziaria, si incentra la criticità che si riversa sul piano giuridico. Non vi è alcuna norma che impedisca alle parti di riconoscere il pagamento periodico degli interessi per l'uso del capitale, ancor prima che questo venga a scadenza. Ciò non toglie che rimanga illegittima la pattuizione di un piano di ammortamento che preveda l'impiego di un TAN in capitalizzazione composta per conseguire una rata maggiorata, inclusiva di interessi esponenziali, che si riversano nel calcolo delle imputazioni, a prescindere dal criterio adottato. Nello iato fra forma e sostanza, si viene a consumare il viatico all'elusione se, in luogo del regime finanziario adottato, che presiede la gestione del piano e definisce l'importo della rata e quindi dell'obbligazione accessoria, si appunta il discrimine esclusivamente sulla modalità di calcolo specifico adottato in ciascuna scadenza.

Gli interessi anatocistici del regime composto non trovano espressione alcuna nel tasso impiegato (TAN, TAE e TAEG) e rimangono di fatto celati all'attenzione dell'operatore *retail*, tanto più se il contratto riporta il valore della rata, ma non il regime composto di determinazione. Nella dinamica contro-intuitiva racchiusa nel tasso di interesse composto si è frequentemente insinuato l'espedito per la pratica dell'usura.⁴⁵

45) R. Marcelli, *Usura Bancaria: ad un ventennio dalla Legge: un impietoso bilancio*, Banca Borsa e Tit. Cred. Suppl. n. 4/2017, Giuffrè.

L'AMMORTAMENTO ALLA FRANCESE. IL REGIME COMPOSTO E L'ANATOCISMO:
LA VERITÀ CELATA

In questa prospettiva il TAN, se impiegato in regime composto, può risultare fonte di sostanziali travisamenti nella misura in cui non fornisce una misura proporzionale degli interessi: se equivocato, si perviene a sottostimare il costo del finanziamento. Senza una circostanziata comprensione e consapevolezza degli effetti indotti dal regime composto – quand'anche legittimamente impiegato - il prenditore può andare incontro ad un significativo pregiudizio nel futuro equilibrio economico-finanziario degli impegni assunti. Nel prospetto per il finanziamento decennale con rimborso completo alla scadenza, riportato in precedenza, il tasso nominale e il tasso di interesse composto è il 10%, ma gli interessi pagati al termine del periodo decennale risultano 1590 che riflettono, in proporzione, un interesse semplice del 15,9% all'anno, segnando un significativo divario con il TAN comunicato in contratto.

Anche negli ordinari finanziamenti a rimborso graduale a rata costante, dove la durata media del finanziamento è temperata dal rimborso periodico di capitale e interessi, il divario fra i tassi corrispondenti ai due regimi finanziari, pur risultando mediamente minore ai finanziamenti a rimborso unico, diviene tuttavia rimarchevole con il crescere della durata oltre che del tasso.

Dai diversi tassi, che realizzano l'equivalenza finanziaria alla scadenza, fra il regime composto e il regime semplice degli interessi, è possibile apprezzare la componente di lievitazione degli interessi insita nel regime di capitalizzazione composta e la sua incidenza percentuale.

La Tavola che segue riporta, per l'usuale ammortamento alla francese (a rata costante), nell'ipotesi di scadenza annuale, per le diverse durate e TAN impiegati in capitalizzazione composta, il tasso corrispondente in capitalizzazione semplice e l'incidenza della maggiorazione che si riflette in quest'ultima.

| AMMORTAMENTO A RATA COSTANTE. REGIME FINANZIARIO COMPOSTO/SEMPLICE: divario e incidenza % | | | | | | | | | | | | | |
|---|---------|--------|-------|-------|-----------|-------|---------|---------------|---------|---------|------------|--|--|
| Finanziamento: 1.000 | | durata | | | decennale | | | quindicennale | | | ventennale | | |
| Monte interessi (rata annuale) | | 295,0 | 627,5 | 992,5 | 445,1 | 972,1 | 1.565,3 | 604,9 | 1.349,2 | 2.195,2 | | | |
| Tasso regime composto (=TAN) | (A) | 5,0% | 10,0% | 15,0% | 5,0% | 10,0% | 15,0% | 5,0% | 10,0% | 15,0% | | | |
| Tasso regime semplice equiv. | (B) | 5,7% | 12,9% | 21,4% | 6,2% | 14,6% | 25,1% | 6,6% | 16,3% | 28,6% | | | |
| Differenza | (C=B-A) | 0,7% | 2,9% | 6,4% | 1,2% | 4,6% | 10,1% | 1,6% | 6,3% | 13,6% | | | |
| Incidenza % | (C/A) | 14,9% | 29,3% | 42,9% | 23,5% | 46,3% | 67,2% | 32,2% | 63,3% | 90,6% | | | |

Come mostra la Tavola, la lievitazione degli interessi, espressa dalla differenza fra l'interesse composto e quello del regime semplice, per gli ordinari ammortamenti che si protraggono oltre il medio periodo, anche per tassi moderati, assume un rilievo significativo. Per un mutuo quindicennale, ad esempio, l'indicazione del TAN al 10% fornisce al prenditore un'informazione che può risultare alquanto fuorviante: accostato all'impiego del regime composto, l'ammontare dell'interesse dovuto, con riferimento proporzionale al capitale utilizzato, nel regime semplice si ragguaglia al 14,63% in ragione d'anno, discostandosi apprezzabilmente dal TAN del 10% indicato in contratto, con un'incidenza dell'effetto composto degli interessi che si commisura al 46,30%.

Nel rispetto dell'equilibrio finanziario del finanziamento, risulterebbe di maggiore fruibilità e comprensione un TAN del 14,63% associato ad un regime finanziario semplice: lasciando immutato il costo del servizio prestato, si eviterebbero equivoci e tranelli informativi nei quali può facilmente incorrere l'operatore *retail*. Forse ne risentirebbe la domanda di credito ma risulterebbe, in pari misura, temperato il pernicioso fenomeno del sovra-indebitamento e dei fallimenti, favoriti dall'equivoca indicazione del TAN impiegato in regime composto. Sul mercato finanziario viene sistematicamente impiegato il regime composto dell'interesse in quanto fornisce agli operatori professionali un'informazione corretta, completa e trasparente, consentendo più agevolmente il confronto e favorendo per questa via la concorrenza sul mercato: un diverso algoritmo di misura offrirebbe al gioco dell'arbitraggio dei facili *free lunch*. Il regime composto non appare tuttavia idoneo al mercato del credito: la carenza di effetti calmieratori propri della concorrenza impone una protezione normativa che surroggi il libero gioco del mercato e temperi, attraverso strumenti diversi e coerenti con l'emancipazione dell'operatore *retail*, l'asimmetria contrattuale ed informativa, fonte essa stessa di *free lunch*, costituenti vere e proprie rendite di posizione. Sul piano della trasparenza, l'operatore *retail* è principalmente interessato ad avere una cognizione precisa del prezzo, più facilmente accessibile tramite un parametro proporzionale come il tasso semplice, con distinta indicazione delle modalità e tempi di pagamento.

2.8 Riepilogo e sintesi.

Sulla base dei principi matematici che governano la scienza finanziaria, le considerazioni e le riflessioni sviluppate nei precedenti paragrafi consentono di pervenire ad alcune pregnanti conclusioni che si ritiene possano sostanzialmente incontrare un'ampia condivisione in ambito tecnico-finanziario.

Gli aspetti di maggior rilievo, che dalla scienza finanziaria si pongono al giurista per una circostanziata riflessione sui riflessi che ne conseguono nei rapporti creditizi, possono essere riepilogati nelle seguenti evidenze:

1. La ragione proporzionale del regime semplice e quella esponenziale del regime composto. Il dettato dell'art. 821 c.c. che prevede al 3° comma: '*I frutti civili si acquistano giorno per giorno, in ragione della durata del diritto*', così come l'art. 1284 c.c. di concerto con l'art. 1815 c.c., richiamano una proporzionalità al capitale finanziato: tale connotazione si riscontra nel regime semplice, mentre in quello composto la proporzionalità viene traslata sul montante, con potenziale lievitazione esponenziale degli interessi in rapporto al capitale.

2. Modalità di pagamento degli interessi e regime finanziario. Nel regime finanziario semplice il pagamento degli interessi è concepito contestualmente al rimborso del capitale. Sul piano finanziario, se la scadenza e pagamento degli interessi risulta anticipata rispetto al capitale di riferimento, si prefigura la capitalizzazione composta.

3. Anatocismo e regime composto non sono termini intercambiabili. Anatocismo è un termine dal rilievo giuridico: è alieno alla matematica finanziaria alla quale è familiare il termine 'regime composto', analogo all'uso inglese di '*compound interest*' impiegato nel *Common law* per l'anatocismo. Il regime dell'interesse composto non si pone tuttavia in un rapporto di sinonimia con l'anatocismo, bensì è il *genus* nel cui ambito si colloca l'anatocismo come *species*: quest'ultimo, inteso come produzione di interessi su interessi, non esaurisce l'intero ambito di applicazione del regime composto. Per interessi che vengono a scadere e risultano pagati, prima ancora della scadenza del capitale, pur vertendo in tema di capitalizzazione composta, può risultare assente la spirale ascendente di lievitazione degli interessi che caratterizza e qualifica l'anatocismo.

4. Il regime composto governa la produzione degli interessi nei finan-

ziamenti con rimborso alla francese. Nel piano di ammortamento alla francese o a rata costante, nella modalità uniformemente impiegata, si adotta il regime composto, esprimendo, nella determinazione del valore della rata, una palese convenzione anatocistica. Con il calcolo degli interessi sul debito residuo, rimane celato il funzionale rapporto, diretto e proporzionale, degli interessi della rata agli interessi pregressi. Il monte interessi esponenziale, propedeuticamente fissato nella rata, risulta 'trasfigurato' in interessi primari, su un rimborso del capitale ritardato.

5. Pagamento anticipato e crescita esponenziale degli interessi. Nell'ammortamento alla francese, con l'impiego del regime composto, viene meno la proporzionalità al tempo. La maggiorazione indotta nella rata conduce, rispetto al regime semplice, ad un monte interessi esponenziale, che vanifica completamente l'economia di interessi che, nel regime composto, riviene al mutuatario dal pagamento anticipato degli interessi prima della scadenza del capitale: il monte interessi è del tutto identico a quello risultante dal pagamento degli interessi composti sul capitale in scadenza. Nell'ammortamento alla francese, ordinariamente adottato dagli intermediari in regime composto, si riscontra, questo singolare paradosso: gli interessi maturati sono pagati in via anticipata rispetto al rimborso del capitale, in termini ancor più accelerati rispetto ad un ordinario finanziamento *Bullet*, ma, a differenza di quest'ultimo, il monte interessi complessivo rimane maggiorato della lievitazione esponenziale. Analoga criticità non si riscontra nell'ammortamento all'italiana: in questa tipologia di ammortamento l'impiego del regime composto induce un'accelerazione nel pagamento del monte interessi ma non determina, rispetto al regime semplice, alcuna lievitazione esponenziale dello stesso.

6. Significato dei termini alla francese (o rata costante) e all'italiana (o quota capitale costante). In una lettura prettamente ortodossa della scienza finanziaria, le dizioni 'alla francese' e 'all'italiana' vengono, dai padri storici, attribuite ai piani – rispettivamente con rata e quota capitale costante - sviluppati in capitalizzazione composta, con ammortamento progressivo, implicante gli interessi calcolati sul debito residuo. Tuttavia, nell'accezione corrente, anche fra gli addetti al credito, le dizioni 'alla francese' e 'all'italiana' vengono impiegati semplicemente come sinonimi di 'a rata costante' e 'a quota capitale

costante'; è frequente, infatti, riscontrare nei contratti, l'impiego alternativo di questa seconda dizione, o il termine parimenti dirimente 'alla francese o rata costante'. Solo questo concetto, espresso in termini esaustivi, viene riportato in contratto e, quindi, perviene alla conoscenza dell'operatore *retail*.

7. Determinazioni alternative del piano di rimborso e del piano di ammortamento. L'indicazione dell'ammortamento 'a rata costante' o 'a quota capitale costante' non esaurisce la determinazione del piano, se non vengono specificati distintamente sia il regime finanziario adottato (semplice o composto), sia, per il regime composto, il criterio di calcolo degli interessi (sul capitale in scadenza, sul debito residuo, altro). All'individuazione della tipologia di piano di ammortamento, si accompagna la scelta del regime finanziario dell'interesse, essenzialmente individuato in quello semplice o composto: due metodologie di calcolo rispondenti a principi diversi e alquanto contrapposti, regolanti la produzione degli interessi. In capitalizzazione semplice, fissato importo, durata, TAN e scadenze, il piano di ammortamento risulta determinato sia nella rata, sia nel criterio di imputazione della stessa (quota capitale e quota interessi), in quanto la quota interessi della rata è necessariamente ed univocamente calcolata – per la proprietà stessa che definisce il regime – sulla quota capitale in pagamento. Nel regime composto l'indicazione della rata non individua univocamente il piano di ammortamento. Si rende necessario indicare il criterio di imputazione della rata che frequentemente risulta assente nell'enunciato contrattuale, mentre se ne riportano gli esiti numerici nell'allegato, quando previsto dalla norma (finanziamenti a tasso fisso).

8. Anatocismo e monte interessi esponenziale nell'ammortamento alla francese. Nei piani di ammortamento adottati dagli intermediari, gli interessi maturati sul debito residuo sono pagati ad ogni scadenza e quindi non hanno modo di capitalizzarsi e produrre interessi su interessi. Nell'ammortamento alla francese, e solo per tale tipologia di ammortamento, anticipando l'incasso degli interessi maturati rispetto alla scadenza del capitale di riferimento, si protrae, per un pari ammontare, il pagamento del capitale, sostituendo alla produzione di interessi su interessi, una produzione di interessi su capitale. Tuttavia, l'applicazione del TAN al debito residuo, presuppone l'adozione del

regime composto, con la determinazione della rata maggiorata rispetto al regime semplice, che esprime un monte interessi esponenziale. Ancorché formalmente, l'interesse imputato alla rata risulti prodotto dal capitale, in regime di interessi primari, il regime finanziario rimane composto e, quindi, l'esito economico-finanziario è identico a quello riveniente da un'ordinaria capitalizzazione composta degli interessi calcolati e pagati congiuntamente al capitale che progressivamente giunge a scadenza. La criticità dell'anatocismo si configura, preliminarmente nella pattuizione del monte interessi esponenziale implicito nella rata, successivamente nel calcolo degli interessi imputati nella rata, che pur sempre risultano funzione degli interessi pregressi maturati, ancorché pagati.

9. Irrilevanza della ragione semplice di calcolo degli interessi sul debito residuo. Risulta sostanzialmente inesatto e fuorviante, impiegando per il calcolo della rata del piano di ammortamento alla francese, la formula di chiusura $\sum R_k/(1+i)^k = C$ del regime composto, sostenere che *'trattasi di formula di equivalenza finanziaria, che consente di individuare la quota capitale (...) ma che non va ad incidere sul separato conteggio degli interessi'*. Detta formula consente di individuare il valore della rata e con essa, conseguentemente, il monte interessi complessivo maggiorato, rispetto al regime semplice, dell'importo corrispondente alla componente anatocistica degli interessi. Senza la preliminare costituzione di tale monte interessi e l'inversione dell'ordine delle rate riveniente dal fattore di attualizzazione, non sarebbe possibile, per le stesse condizioni di chiusura del piano, impiegare il medesimo tasso espresso dal TAN per calcolare gli interessi sul debito residuo. Convenire in contratto la rata determinata attraverso la formula di chiusura $\sum R_k/(1+i)^k = C$ corrisponde a fissare, nei rapporti intertemporali fra il capitale finanziato e i successivi rimborsi gradualmente, un'equivalenza finanziaria comprensiva dell'anatocismo: infatti, nella calcolo $(1+i)^k = (1+i) \times (1+i) \times \dots$, si palesa la produzione di interessi su interessi.

10. Il prezzo del finanziamento. Il prezzo del finanziamento, sul piano economico, è propriamente espresso dall'ammontare degli interessi in rapporto al capitale utilizzato, ricorrentemente ragguagliato ad anno: i termini di pagamento accompagnano il prezzo e completano le condizioni dell'operazione, rimanendo distinti e separati. Il prezzo

del finanziamento, dato dagli interessi, di regola, non trova espressione nel tasso indicato dal TAN se impiegato in regime composto. Nella circostanza, la forma composta di produzione di interessi su interessi non è compresa nel tasso espresso dal TAN; collocandosi nel regime impiegato, rimane ultronea al TAN e facilmente sottratta all'attenzione dell'operatore *retail*. Nella dinamica contro-intuitiva, racchiusa nell'utilizzo del TAN in regime composto, si realizza un concreto impedimento alla conoscenza e consapevolezza della dimensione degli interessi posti a carico dell'operatore *retail*, con sostanziale pregiudizio per il futuro equilibrio economico-finanziario dello stesso.

11. Anatocismo e libera determinazione delle modalità di pagamento degli interessi. Nei finanziamenti a rimborso graduale, la determinazione delle modalità e tempi di pagamento degli interessi è rimessa alla libertà delle parti, entro i vincoli imperativi posti dal divieto ex art. 1283 c.c. e art. 120 TUB. Volendo perseguire il calcolo degli interessi sul debito residuo, evitando al contempo ogni forma di anatocismo, le distinte esigenze possono propriamente trovare conciliazione nell'impiego del TAN contrattualizzato in regime semplice per la determinazione della rata, ricavando successivamente, dalla formula di chiusura del piano, il tasso equivalente da applicare al debito residuo, per pagare interamente gli interessi maturati a ciascuna scadenza; in tal modo il piano risulterebbe depurato dell'effetto esponenziale che altrimenti riverrebbe dall'impiego del TAN in regime composto.

Le risultanze sopra descritte, che discendono in maniera inequivoca dalla scienza finanziaria, trasposte sul piano giuridico, sollevano - per quanto concerne comportamenti, informativa e termini contrattuali, adottati dagli intermediari bancari nell'ambito dei finanziamenti a rimborso graduale - apprezzabili dubbi e criticità sia sul piano della legittimità e coerenza con gli artt. 820, 821, 1283, 1284 e 1815 c.c., oltre che con il dettato dell'art. 120, 2° comma, lettera b) del TUB, sia sul piano della buona fede, correttezza e trasparenza, direttamente e indirettamente implicanti gli artt. 1195, 1337, 1341, 1344, 1346, 1370, 1418 c.c., nonché il Titolo VI del TUB, le connesse norme applicative della Banca d'Italia e gli artt. 21, 33, 34,35 e 36 del Codice del Consumo.

Bibliografia.

- Annibaldi A., Baracchini C., *Anatocismo e ammortamento di mutui "alla francese" in capitalizzazione semplice*, in www.attuariale.eu
- Aretusi G., *Mutui e anatocismo. Aspetti matematici e tecnici*, 2014.
- Bonferroni C. E., *Fondamenti di matematica attuariale*, 1937.
- Bortot P., U. Magnani, Olivieri G., Torrigiani M., *Matematica finanziaria*, Ed. Maduzzi, 1993.
- Cabras G., *La capitalizzazione degli interessi nel conto corrente bancario: l'equivoco della sineddoche*, Giur. Comm. N. 3/2000.
- Cacciafesta F., *A proposito dell'articolo "Sull'anatocismo nell'ammortamento francese"*, in *Banche e Banchieri*, 4/2015.
- Cacciafesta F., *In che senso l'ammortamento francese (e non solo esso) dia luogo ad anatocismo*, Politeia, 120/2015.
- Caliri M., *Appunti di matematica finanziaria*, Giappichelli, 1998.
- Camaldi C., *Mutuo bancario con piano di ammortamento "alla francese", nullità delle clausole sugli interessi e integrazione giudiziale*, in *Banca Borsa e T. C.*, 2015
- Ciancio V. e A., *Metodi matematici per le applicazioni finanziarie*, Aracne, 2005.
- Colangelo G., *Trasparenza (e non) nella nuova direttiva sul credito al consumo alla vigilia del recepimento*, in *Danno e responsabilità*, N. 5/2010.
- Colangelo G., *Mutuo, ammortamento 'alla francese' e nullità*, in *Il Foro Italiano*, aprile 2014.
- Colangelo G., *Contrasto tra il tasso d'interesse quantificato in cifra numerica e quello determinato dal piano di rimborso di un mutuo: anatomia di una controversia*, in *Danno e responsabilità*, Ipsoa, 05/05/2017.
- Colombo C., *L'anatocismo*, Giuffrè 2007.
- Colombo C., *Gli interessi nei contratti bancari*, Aracne, 2014.
- Camardi C., *Mutuo bancario con piano di ammortamento "alla francese", nullità delle clausole sugli interessi e integrazione giudiziale*, in *B.B.eT.C.*, 2015.
- Capaldo G., *L'anatocismo nei contratti e nelle operazioni bancarie*, CEDAM, 2010.
- Casano A., *Elementi di Algebra*, Primary source Edition, 1845.
- D'Amico M., Luciano E., L.Peccati, *Calcolo finanziario, Temi base e*

temi moderni, Egea, 2018.

B. De Finetti, *Lezioni di matematica finanziaria*, Edizioni Ricerche, 1955.

European Commission Directorate-General health and Consumer Protection. Study on the calculation of the annual percentage rate of charge for consumer credit agreements, Original Report 2009, Revised October 2013.

Fersini P., Olivieri G., *Sull'anatocismo nell'ammortamento alla francese*, in *Banche & Banchieri*, 2/2015.

Hudson M., *The mathematical Economics of compound rates of interest: a four Thousand year overview*, 2004.

Insolera F., *Teoria della capitalizzazione*, Einaudi, 1949.

Levi E., *Corso di matematica finanziaria e attuariale*, Ed. Giuffrè, 1964.

Mari C. e Aretusi G., *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*, in *Il Risparmio*, n. 1, 2018.

Marcelli R., *Usura Bancaria: ad un ventennio dalla Legge: un impietoso bilancio*, in *Banca Borsa e Tit. Cred. Suppl.* n. 4/2017, Giuffrè.

Moriconi F., *Matematica finanziaria*, Il Mulino, 1994

Mucciaroni G., *L'anatocismo bancario: tra usi, interventi governativi e clausola NUB*, in *Banca borsa tit. credit.* I, 2001.

Pandolfini V., *Gli interessi pecuniari*, Wolters Kluwer 2016.

Quarta F., *Credito irresponsabile e soluzioni al sovraindebitamento. Note su prassi bancarie "riottose al diritto", tecniche di ammortamento e costi inespressi*, in *Scritti in onore di Vito Rizzo, Persona, mercato, contratto e rapporti di consumo*, EDI, Napoli 2017, pag. 1815.

Reifner U., Clerc-Renaud S., Knobloch M., *Study on interest rate restrictions*, in the EU Final Report 2010

Renault E., *The Truth, the Whole Truth, and Nothing but the Truth: fulfilling the promise of truth in lending*, Albany Law School, Working Papers n. 10/09.

Riccio A., *Gli interessi*, in G. Galgano, *Le operazioni di finanziamento*, Ed. Zanichelli, 2016.

Santoboni L., *Lezioni di matematica finanziaria*, Eredi Veschi, 1968, pag. 143; Vianelli S., *Matematica finanziaria*, Calderini, 1968.

Sinclair P., *Compound interest and its validity (or invalidity) in the*

bank-customer relationship: the state of the art of british common law discussed by virtue of a comparative analysis, in *Law and economics yearly review*, 2016.

Soto Gloria M., *European Commission Directorate-General Health and consumer protection Study on the Calculation of the annual percentage rate of charge for consumer credit agreement*. in *Original Report 2009*, revised 2013.

Trovato M., *Matematica per le applicazioni finanziarie*, Etas Libri, 1975.

Varoli G., *Matematica finanziaria*, Pàtron 2011.

Volpe di Prignano E., *Manuale di Matematica finanziaria*, ESI 1985.
Relazione della Commissione al Parlamento Europeo e al Consiglio del 14 maggio 2014 sull'attuazione della direttiva 2008/48/CE relativa ai contratti di credito ai consumatori.

**POLITICHE MONETARIE STRAORDINARIE
E RIFLESSI SUL *FUNDING* BANCARIO***

EXTRAORDINARY MONETARY POLICIES AND IMPACTS ON BANK FUNDING

Paolo Agnese

*Università LUISS Guido Carli
University LUISS Guido Carli*

pagnese@luiss.it

Antonio Fasano

*Università di Salerno e LUISS CASMEF
University of Salerno and LUISS CASMEF*

afasano@unisa.it

* Nonostante il lavoro sia il risultato di una ricerca condotta congiuntamente dagli autori, il paragrafo 1 è attribuibile a Antonio Fasano, il paragrafo 2 è attribuibile a Paolo Agnese, mentre i paragrafi 3 e 4 sono attribuibili ad entrambi.

Per contrastare la grave e prolungata crisi finanziaria globale, l'Eurosistema ha risposto con azioni straordinarie, in particolare introducendo programmi innovativi di acquisti di attività finanziarie. In questo articolo si analizzano i riflessi di tali policy sulla composizione e sul costo della raccolta bancaria in Italia e nel resto dell'Eurozona. Viene quindi presentato un modello di inferenza per identificare le grandezze di stato patrimoniale dell'autorità monetaria italiana che maggiormente impattano sui depositi detenuti dalle famiglie e dalle imprese.

PAROLE CHIAVE: BANCHE CENTRALI • POLITICA MONETARIA CONVENZIONALE E NON CONVENZIONALE • RACCOLTA BANCARIA

In order to contrast the severe and prolonged global financial crisis, the Eurosystem has responded with extraordinary actions, in particular by introducing innovative programmes for the purchase of financial assets. This paper analyses the effects of these policies on the composition and cost of bank funding in Italy and in the rest of the Eurozone. A model of inference is then presented to identify the values in the balance sheet of the Italian Monetary Authority with the greatest impact on deposits held by households and corporates.

KEYWORDS: CENTRAL BANKS • CONVENTIONAL AND UNCONVENTIONAL MONETARY POLICY • BANK FUNDING

1. Introduzione

L'eccezionale intensità della crisi finanziaria che ha caratterizzato la gran parte delle economie occidentali a partire dal 2007, ha indotto le maggiori banche centrali ad adottare strumenti straordinariamente accomodanti. I *policy maker*, in cerca di una rinnovata efficacia nei meccanismi di trasmissione degli impulsi di politica monetaria, hanno gradualmente spostato il focus della loro tipica azione di regolazione dei tassi di interesse ufficiali su misure alternative, non convenzionali. Queste ultime hanno avuto un ruolo complementare rispetto a quelle tradizionali, tipicamente utilizzate in condizioni di normalità e basate sui sistemi cosiddetti a "corridoio".

Nell'Eurozona, così come in altre aree monetarie, la scelta di *policy*

straordinarie è dettata dal perdurare di condizioni di crisi, unitamente all'approssimarsi di tassi d'interesse di riferimento allo zero. Condizioni che rendono inadeguati gli strumenti convenzionali, per diversi concorrenti motivi. In primo luogo, se i valori sono eccessivamente vicini allo zero, ulteriori riduzioni, volte a rendere il danaro meno costoso, trovano un limite "convenzionale" nel cosiddetto *zero lower bound* (ZLB). Inoltre, l'eccessiva riduzione dei tassi può condurre il sistema economico in una situazione di *trappola della liquidità*, allorché gli investitori, ritenendo inadeguata la remunerazione corrente delle attività finanziarie, preferiscono tenersi liquidi, inducendo in tal modo in stallo il sistema economico.

Con l'espressione ZLB, in sostanza, viene enfatizzata l'"impossibilità concettuale" di oltrepassare la soglia dello zero per i tassi nominali. Per una parte della letteratura, la nozione stessa del tasso d'interesse quale remunerazione del servizio del debito lo rende incompatibile con un valore negativo. Si tratta, quindi, di una posizione assiomatica di partenza da cui muove la modellistica. Altri autori, invece, forniscono motivazioni esplicite all'impossibilità di valori negativi dei tassi. Le giustificazioni sono essenzialmente riconducibili ad argomenti di arbitraggio tra moneta e titoli con interessi negativi.

L'adozione del principio dello ZLB comporta l'identificazione di strumenti di *policy* alternativi alle tradizionali azioni sui tassi, che permettano di rendere ugualmente efficaci le misure delle banche centrali. Quando dall'analisi teorica passiamo all'implementazione da parte dei *policy maker*, assistiamo ad un mix di azioni, che in parte negano le barriere teoriche, e in parte si sforzano di individuare percorsi non convenzionali che prescindano dal tradizionale ricorso ai tassi. In effetti, la recente pratica ha mostrato come alcune autorità monetarie, incuranti sia della pratica precedentemente seguita, sia delle analisi teoriche, hanno sperimentato tassi negativi senza mai incorrere, tuttavia, nelle conseguenze drastiche paventate in tali studi. Di conseguenza, la letteratura, che prima ignorava o negava esplicitamente la possibilità di tassi negativi, inizia adesso a trovare nuovi argomenti e possibili soluzioni al problema dello ZLB. Inoltre, le *unconventional monetary policy* sono oramai divenute di uso così comune, da parte delle banche centrali che le hanno adottate, da perdere quasi il loro carattere di eccezionalità, per diventare uno strumento di utilizzo standard.

La *balance sheet policy* può considerarsi l'archetipo di politica non convenzionale. Si tratta di quelle azioni di politica monetaria aventi come conseguenza un'espansione dello stato patrimoniale delle banche centrali al di là di quanto sarebbe necessario per mantenere il tasso di *policy*, scelto come target. In particolare, nel *quantitative easing* puro l'espansione avviene attraverso le riserve: a fronte dell'aumento delle riserve sul lato passivo, si avrà una contestuale ed equivalente espansione sul lato attivo. Per questo tipo di misura, tuttavia, è irrilevante come tale espansione si distribuisca, nell'ambito delle poste attive, tra titoli e prestiti. In implementazioni successive al QE puro, si è cercato di espandere la dimensione del bilancio, modificando altresì la composizione degli attivi e, in particolare, sostituendo i convenzionali titoli del Tesoro con titoli rischiosi. Al riguardo Ben Bernanke, che ha introdotto questo nuovo programma definendolo *credit easing*, sottolinea che “in a pure QE regime, the focus of policy is the quantity of bank reserves, which are liabilities”, mentre il “credit easing approach focuses on the mix of loans and securities” (Bernanke 2009).

Una forma intermedia tra QE puro e credit easing è il *qualitative easing*, che consiste in uno shift nella composizione del patrimonio della banca centrale verso attività meno liquide e più rischiose, pur tenendo costante la dimensione complessiva dello stato patrimoniale (Farmer 2012).

Al di là delle politiche di bilancio, un'ulteriore forma di politica non convenzionale consiste nella *forward guidance*, che può essere vista come una forma di “management delle aspettative”, efficace soprattutto in presenza di situazioni di crisi, quali trappole di liquidità. Mentre le comunicazioni da parte delle autorità monetarie sono tradizionalmente intese a rassicurare i mercati, nel caso della *forward guidance*, oltre a dare informazioni sulle future azioni di *policy*, vengono anche chiaramente identificate le condizioni sotto le quali i programmi intrapresi verranno mantenuti e quelle che, invece, ne comporteranno la cessazione. L'utilizzo di una comunicazione chiara e dettagliata contribuisce ad evitare sorprese con effetti potenzialmente negativi. Le promesse contenute negli statement ufficiali, nella misura in cui i *policy maker* sono considerati credibili, impattano sui livelli di equilibrio dei mercati, prima ancora che l'azione cor-

rettiva venga intrapresa. Si parla pertanto, in analogia con le *open market operation*, di *open mouth operation* (Guthrie e Wright 2000 e Campbell 2013).

Sebbene il *financial deepening* dei mercati e, dunque, il crescente peso degli intermediari nel trasmettere gli impulsi dei *policy maker*, renda le politiche non convenzionali uno strumento importante anche in assenza di condizioni di ZLB, la presenza di tassi nulli o prossimi allo zero ne giustifica *a fortiori* il loro impiego.

Un'analisi dell'efficacia delle misure monetarie straordinarie, che, come detto, sono diventate di uso piuttosto frequente, esula dagli scopi di questo studio e sarebbe comunque difficile da condursi, in quanto non è possibile affermare cosa sarebbe accaduto ove le stesse non si fossero applicate. In ogni caso, l'esperienza ha mostrato che il rischio più temibile legato all'effetto di politiche ultraespansive, ossia un elevato livello di inflazione, non si è mai palesato.

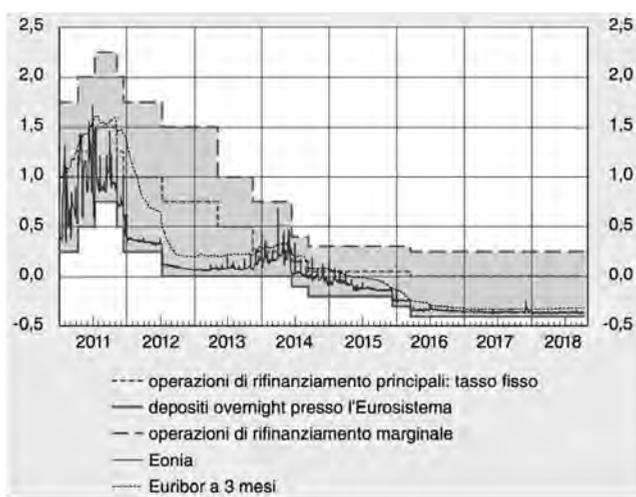
Tali azioni di *policy* influenzano, tra l'altro, il *funding* delle banche, anche se è possibile affermare che la trasmissione della politica monetaria dipenda da una molteplicità di fattori, tra i quali le variabili macroeconomiche e la solidità dei sistemi bancari.

In questo studio si analizzano le principali politiche monetarie eccezionalmente accomodanti adottate nell'ultimo decennio, con particolare riguardo al *policy maker* europeo, ponendo in evidenza gli impatti sulla composizione e sul costo della raccolta bancaria in Italia e nell'Eurozona.

2. Le principali misure straordinarie adottate dall'Eurosistema dallo scoppio della crisi finanziaria

Ripercorriamo in questa sede le principali azioni straordinarie – drastiche riduzioni dei tassi di interesse ufficiali (cfr. Figura 1) e ricorso a misure non convenzionali di politica monetaria – adottate dal *policy maker* europeo nell'ultimo decennio (cfr. più diffusamente Agnese e Fasano 2017a e 2017b).

Figura 1 – Tassi di interesse ufficiali e del mercato monetario nell’area dell’euro (dati giornalieri; valori percentuali)



La Figura mostra il cosiddetto “corridoio” dei tassi d’interesse di politica monetaria, in cui la banca centrale fissa tre tassi di interesse: il tasso a cui le banche possono rifinanziarsi presso la banca centrale nelle operazioni di mercato aperto (nel caso della BCE, si tratta dell’ORP: tasso di interesse sulle operazioni di rifinanziamento principali); il tasso di interesse che le banche ottengono sulla liquidità in eccesso rispetto alla riserva obbligatoria (tasso di interesse sui depositi overnight); il tasso di interesse a cui le banche possono chiedere liquidità overnight direttamente alla banca centrale (nel caso della BCE, è il tasso di interesse sulle operazioni di rifinanziamento marginale). L’*Eonia* (*Euro overnight index average*) è il tasso di interesse applicato ai prestiti interbancari in euro, non garantiti, aventi una durata pari a un giorno (*overnight*). È calcolato giornalmente come media ponderata dei tassi di interesse sui prestiti effettuati da un campione di banche – selezionato periodicamente dall’EBF (*European Banking Federation*) – con elevato merito di credito. L’*Euribor* (*Euro interbank offered rate*) è il tasso d’interesse applicato ai prestiti interbancari in euro, non garantiti, aventi una durata da una settimana a 12 mesi. È calcolato giornalmente come media semplice delle quotazioni rilevate su un campione di banche – selezionato periodicamente dall’EBF – con elevato merito di credito.

Fonte: la Figura è presa da Banca d’Italia (2018), *Bollettino Economico* 4/2018, ottobre 2018, p. 13.

A partire dal 2009 le autorità monetarie dell’Eurozona hanno iniziato a intervenire, anche direttamente, nei mercati dei titoli, con acquisti di obbligazioni garantite denominate in euro, nell’ambito del primo e del secondo “Programma di acquisto di obbligazioni garantite” (*Covered bond purchase programme*, CBPP1 e CBPP2). Ciò al fine di favorire un allentamento delle condizioni di credito e di migliorare la liquidità in questo fondamentale segmento di mercato, essendo l’emissione di

obbligazioni garantite una fonte primaria di finanziamento per le banche dell'area dell'euro.

In risposta alla crisi del debito sovrano, nel 2010 l'Eurosistema ha lanciato il "Programma di acquisto di titoli di debito pubblici e privati" (*Securities Markets Programme, SMP*), con l'obiettivo di garantire liquidità e spessore al mercato dei titoli di Stato e di migliorare il meccanismo di trasmissione della politica monetaria.

Tuttavia, a causa dell'acuirsi della crisi dei debiti sovrani, che vedeva coinvolte oltre alla Grecia anche la Spagna e l'Italia, e al fine di evitare una pesante stretta della liquidità all'interno del sistema bancario europeo, l'Eurosistema ha lanciato, nel 2011 e nel 2012, due nuove operazioni di rifinanziamento speciali a più lungo termine con durata triennale (*Long Term Refinancing Operation, LTRO*), le quali potevano essere rimborsate già dopo il primo anno¹.

Nel 2012 è stato annunciato il programma OMTs (*Outright Monetary Transactions*), mai attivato fino ad ora. Si tratta dell'impegno da parte dell'Eurosistema a intervenire mediante acquisti illimitati sul mercato secondario di titoli di Stato con scadenza da 1 a 3 anni dei paesi UEM che ne facciano richiesta. Le operazioni di acquisto di titoli di Stato da parte del *policy maker* europeo sono sottoposte a condizioni piuttosto stringenti (in termini di austerità, attuazione di riforme strutturali, ecc.) e, come noto, sono attuate sotto il controllo di tre distinti supervisori: BCE, Commissione europea e FMI, a pena della loro sospensione.

Poiché le operazioni LTRO avevano supportato solo in piccola parte il credito bancario, nel 2014 l'Eurosistema ha annunciato l'avvio di otto operazioni a più lungo termine, condotte con cadenza trimestrale e aventi durata massima pari a quattro anni (*Targeted Longer-Term Refinancing Operations, TLTRO*). Il *targeting* fa riferimento al vincolo di destinazione di tali risorse, dirette esclusivamente a imprese e famiglie.

L'ulteriore peggioramento del quadro inflazionistico, avvenuto nel corso del 2014 a causa della forte caduta dei prezzi del petrolio, ha

1) Si tratta di due prestiti di notevole ammontare (per un totale pari a circa 1.000 mld euro) erogati dal *policy maker* europeo tra la fine del 2011 e l'inizio del 2012 a favore delle banche UEM che ne hanno fatto richiesta. Tali prestiti erano caratterizzati da una durata di 3 anni e da un tasso d'interesse dell'1%.

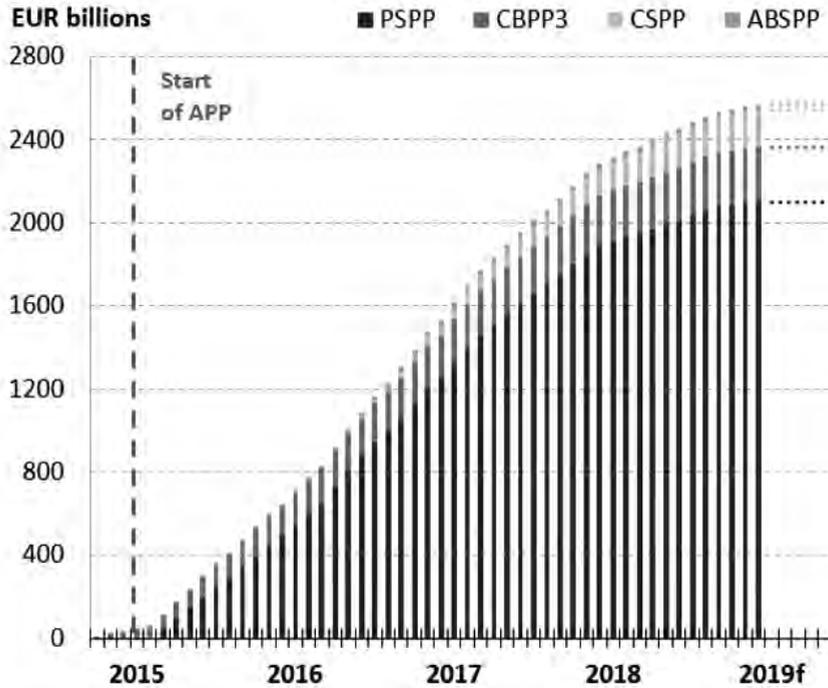
spinto l'Eurosistema a dare avvio a un programma di acquisto di attività finanziarie private (*Asset Purchase Programme*, APP) (Draghi 2015). In particolare, il *policy maker* europeo ha deciso di acquistare sui mercati primario e secondario un ampio portafoglio di ABS emessi a seguito della cartolarizzazione di crediti bancari a imprese e famiglie dell'UEM (*Asset-Backed Securities Purchase Programme*, ABSPP), nonché di acquistare, sempre sui mercati primario e secondario, un ampio portafoglio di titoli garantiti denominati in euro ed emessi da istituzioni finanziarie monetarie domiciliate nell'Eurozona, nel quadro di un nuovo programma per l'acquisto di obbligazioni garantite (*Covered Bond Purchase Programme*, CBPP3).

A causa dell'aggravarsi delle prospettive d'inflazione e di un aumento dell'incertezza sull'evoluzione dell'economia globale, nel 2015 l'Eurosistema ha annunciato un sostanziale ampliamento dell'APP (cfr. la Figura 2 per gli acquisti cumulativi del Programma e la Figura 3 per i volumi del Programma), relativo a:

- i due programmi di acquisto avviati in precedenza (ABSPP e CBPP3);
- acquisti, solo sul mercato secondario, di titoli di Stato dei paesi dell'area dell'euro, nonché di obbligazioni denominate in euro emesse da agenzie situate nell'Eurozona e da istituzioni europee, con vita residua compresa, inizialmente tra 2 e 30 anni, dal 2017 tra 1 e 30 anni (*Public Sector Purchase Programme*, PSPP);
- dal 2016, acquisti sia sul mercato primario sia su quello secondario di obbligazioni *corporate investment grade* (non bancarie) dell'area dell'euro, aventi vita residua compresa tra 6 mesi e 30 anni (*Corporate Sector Purchase Programme*, CSPP).

Gli acquisti di attività finanziarie nell'ambito dell'APP sono terminati alla fine del 2018. Tuttavia, il capitale rimborsato sui titoli giunti a scadenza viene integralmente reinvestito, al fine di mantenere, per un periodo di tempo prolungato, un ampio grado di accomodamento monetario.

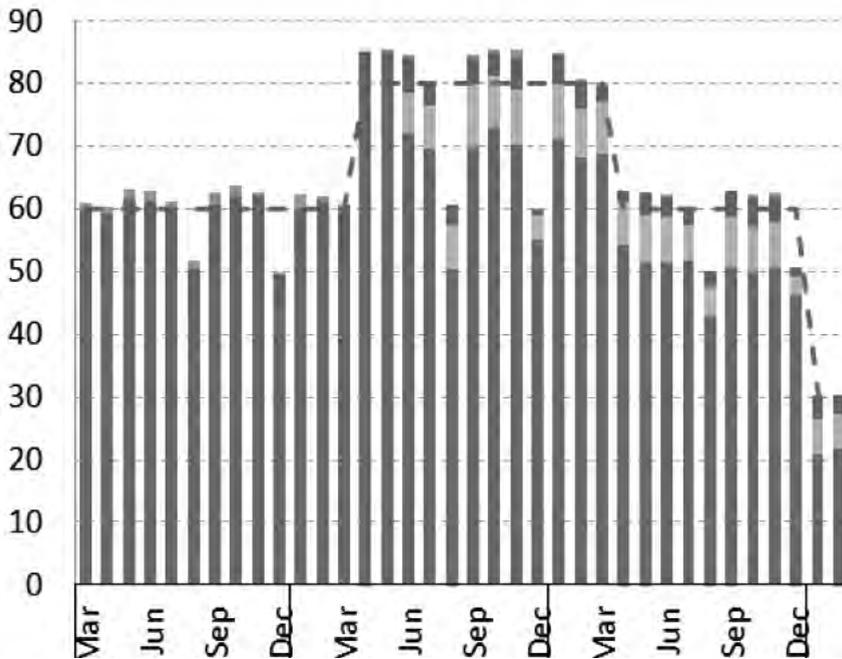
Figura 2 – Expanded Asset Purchase Programme (APP): acquisti netti cumulativi, per programma



Si rappresenta l'evoluzione degli acquisti netti cumulativi dei quattro programmi di cui si compone l'*Asset Purchase Programmes (APP)*: *Public Sector Purchase Programme (PSPP)*; *third Covered Bond Purchase Programme (CBPP3)*; *Corporate Sector Purchase Programme (CSPP)*; *Asset-Backed Securities Purchase Programme (ABSPP)*.

Fonte: la Figura è presa dal sito web BCE, www.ecb.europa.eu.

Figura 3 – Expanded Asset Purchase Programme (APP): acquisti netti mensili, per programma



La Figura rappresenta l'evoluzione degli acquisti netti mensili dei quattro programmi di cui si compone l'Asset Purchase Programmes (APP): *Public Sector Purchase Programme* (PSPP); *third Covered Bond Purchase Programme* (CBPP3); *Corporate Sector Purchase Programme* (CSPP); *Asset-Backed Securities Purchase Programme* (ABSPP).

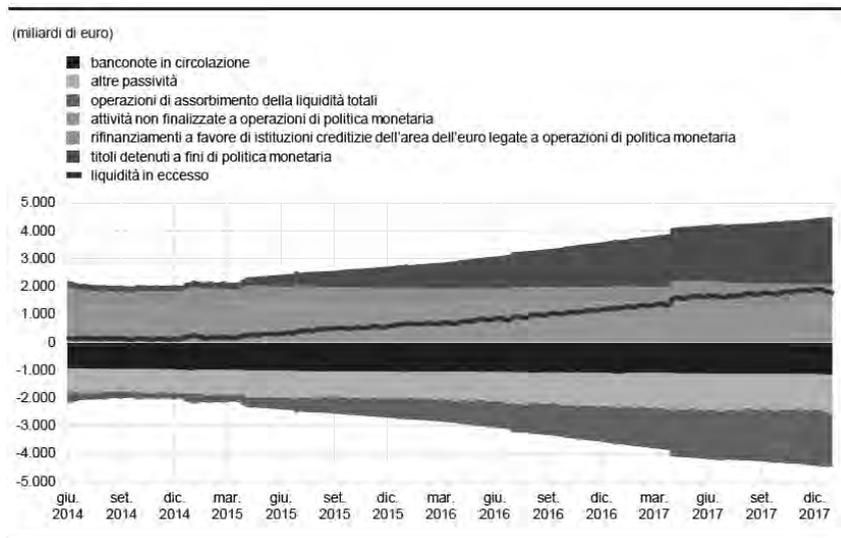
Fonte: la Figura è presa dal sito web BCE, www.ecb.europa.eu.

Nel 2016, “al fine di allentare ulteriormente le condizioni del credito al settore privato e di stimolare l'erogazione di prestiti bancari all'economia reale” (BCE 2016b), è stata introdotta una seconda serie di quattro operazioni mirate di rifinanziamento a più lungo termine a condizioni di vantaggio per le banche europee, ciascuna della durata di quattro anni (*Targeted Longer-Term Refinancing Operations*, TLTRO2). Il tasso di interesse, inizialmente pari a quello sulle operazioni di rifinanziamento principali, può ridursi sino a raggiungere quello sui depositi *overnight* in essere al momento della concessione

del finanziamento, in funzione del volume dei prestiti effettivamente concessi dagli istituti di credito a famiglie e imprese.

Le diverse misure di politica monetaria non convenzionale adottate dagli inizi della crisi finanziaria internazionale dalle diverse banche centrali hanno determinato, tra l'altro e in misura variabile, un significativo aumento delle dimensioni dei bilanci delle stesse, nonché una modifica della loro composizione. In sostanza, i bilanci delle autorità monetarie sono stati utilizzati, in maniera crescente, come strumenti di politica monetaria (relativamente al bilancio dell'Eurosistema, cfr. Figura 4)².

Figura 4 – Evoluzione del bilancio consolidato dell'Eurosistema



Le cifre positive si riferiscono alle attività, quelle negative alle passività. La linea dell'eccesso di liquidità è rappresentata da valori positivi, sebbene si riferisca alla somma delle seguenti voci passive: disponibilità di conto corrente eccedenti gli obblighi di riserva e ricorso alle operazioni di deposito presso la banca centrale da parte delle controparti abilitate per la *deposit facility*.

Fonte: la Figura è presa da BCE (2018), *Rapporto Annuale 2017*, p. 55.

- 2) Per un approfondimento degli effetti delle misure non convenzionali di politica monetaria sui bilanci delle banche centrali si vedano, ad esempio: BCE (2015a), pp. 69-88; Borio C., Zabai A. (2016); Gambacorta L., Hofmann B. (2012), pp. 38-40.

3. I riflessi sul *funding* bancario delle politiche straordinarie adottate dall'Eurosistema: evidenze

Durante le fasi acute della crisi finanziaria le misure non convenzionali adottate dall'Eurosistema, unitamente alla drastica riduzione dei tassi d'interesse di riferimento, hanno contribuito a sostenere l'intermediazione finanziaria, ad esempio, attraverso un allentamento delle condizioni (volumi e costi) di finanziamento per le famiglie e per le società non finanziarie, nonché attenuando le tensioni nei mercati della raccolta bancaria.

La raccolta bancaria (diretta), come noto, è costituita principalmente da depositi e da titoli obbligazionari. Secondo l'Autorità Bancaria Europea, "Deposits from households and non-financial corporations remain the main component of EU banks' funding" (EBA 2018).

La predominanza, in termini di ammontare, dei depositi rispetto alle obbligazioni, risulta dalle Tabelle 1 e 2, relative allo stato patrimoniale riclassificato del sistema bancario italiano, rispettivamente, al 31 dicembre 2007 e al 31 dicembre 2017. Dalle Tabelle in questione, inoltre, emerge come il gap, in termini di volumi, tra i depositi e le emissioni obbligazionarie sia notevolmente aumentato nel tempo. Tale evidenza è anche confermata dall'andamento della raccolta bancaria in Italia e nell'Eurozona, di cui si dirà in seguito.

Tabella 1 – Stato patrimoniale riclassificato delle banche residenti in Italia, al 31 dicembre 2007 (consistenze di fine periodo, in milioni di euro)

| Attività | | Passività | |
|--------------------------|------------------|-------------------------|------------------|
| Cassa | 11.961 | Depositi | 2.021.964 |
| Titoli diversi da azioni | 287.766 | Obbligazioni | 618.054 |
| Prestiti | 2.402.114 | Altre passività | 427.132 |
| Azioni e partecipazioni | 234.811 | Capitale e riserve | 264.679 |
| Immobilizzazioni | 82.923 | | |
| Altre attività | 312.254 | | |
| Totale attività | 3.331.829 | Totale passività | 3.331.829 |

I dati si riferiscono a tutte le banche residenti in Italia, incluse le filiali di banche estere, e dall'ottobre 2007 alla Cassa depositi e prestiti spa (CDP).

Fonte: nostra elaborazione su dati Banca d'Italia, Statistiche, Banche e moneta: serie nazionali.

Tabella 2 – Stato patrimoniale riclassificato delle banche residenti in Italia, al 31 dicembre 2017 (consistenze di fine periodo, in milioni di euro)

| Attività | | Passività | |
|--------------------------|------------------|-------------------------|------------------|
| Cassa | 11.981 | Depositi | 2.668.583 |
| Titoli diversi da azioni | 612.883 | Obbligazioni | 341.717 |
| Prestiti | 2.577.413 | Altre passività | 264.277 |
| Azioni e partecipazioni | 180.884 | Capitale e riserve | 437.734 |
| Immobilizzazioni | 56.693 | | |
| Altre attività | 272.457 | | |
| Totale attività | 3.712.311 | Totale passività | 3.712.311 |

I dati si riferiscono a tutte le banche residenti in Italia, incluse le filiali di banche estere, e alla Cassa depositi e prestiti spa (CDP).

Fonte: nostra elaborazione su dati Banca d'Italia, Statistiche, Banche e moneta: serie nazionali.

La Tabella 3, con riferimento al 2017, fornisce un ulteriore dettaglio della raccolta sulla base della forma tecnica e della durata, relativamente al sistema bancario italiano (sono esclusi i depositi delle IFM e delle Amministrazioni centrali). Nello specifico, si distinguono i depositi in conto corrente da quelli con durata prestabilita e da quelli rimborsabili con preavviso. All'interno della categoria dei depositi rientrano anche i contratti pronti contro termine, i quali, in sintesi, consistono in una vendita di titoli a pronti e in un contestuale impegno di riacquisto a termine. Appare utile sottolineare come il valore della voce "Obbligazioni emesse: fino a 2 anni" costituisca solo una minima parte del totale delle obbligazioni emesse. La voce in questione, infatti, include i titoli *reverse convertible*, i quali sono scarsamente diffusi nel nostro paese.

Tabella 3 – Raccolta per forma tecnica e durata, al 31 dicembre 2017 (ad esclusione dei depositi delle IFM e delle Amministrazioni centrali; consistenze di fine periodo in milioni di euro)

| | | |
|---|-------------------------------------|-----------|
| Depositi di residenti italiani e in altri paesi dell'area dell'euro | Depositi in conto corrente | 1.071.029 |
| | Depositi con durata prestabilita | 224.026 |
| | Depositi rimborsabili con preavviso | 298.928 |
| | Pronti contro termine | 115.360 |
| Depositi del resto del mondo | | 39.840 |
| Obbligazioni emesse | Fino a 2 anni | 12.055 |
| | Oltre 2 anni | 329.663 |
| Totale | | 2.090.901 |

I dati si riferiscono a tutte le banche residenti in Italia, incluse le filiali di banche estere, e alla Cassa depositi e prestiti spa (CDP). La voce "Obbligazioni emesse: fino a 2 anni" include le obbligazioni *reverse convertible*. Fonte: nostra elaborazione su dati Banca d'Italia, Statistiche, Banche e moneta: serie nazionali.

La Tabella 4, invece, contiene un ulteriore spaccato dei depositi per tipologia di controparte (famiglie, istituzioni finanziarie monetarie, assicurazioni, fondi pensione, altre istituzioni finanziarie, società non finanziarie, amministrazioni pubbliche), sempre con riferimento al 2017. Relativamente al sistema bancario italiano, il 40% circa dei depositi è detenuto dalle famiglie, le quali, a loro volta, possono essere

ulteriormente suddivise in famiglie consumatrici, famiglie produttrici e istituzioni senza fini di lucro.

Tabella 4 – Depositi per settore di attività economica, al 31 dicembre 2017 (consistenze di fine periodo, in milioni di euro)

| | | |
|---|---|-----------|
| Depositi di residenti italiani e in altri paesi dell'area dell'euro | Famiglie | 1.053.236 |
| | Istituzioni finanziarie monetarie (IFM) | 812.452 |
| | Assicurazioni, fondi pensione e altre istituzioni finanziarie | 357.109 |
| | Società non finanziarie | 280.444 |
| | Amministrazioni pubbliche | 59.736 |
| Depositi del resto del mondo | | 105.605 |
| Totale | | 2.668.582 |

I dati si riferiscono a tutte le banche residenti in Italia, incluse le filiali di banche estere, e alla Cassa depositi e prestiti spa (CDP). Le istituzioni finanziarie monetarie (IFM) includono: la Banca d'Italia, le banche, i fondi comuni monetari, gli istituti di moneta elettronica e la CDP.

Fonte: nostra elaborazione su dati Banca d'Italia, Statistiche, Banche e moneta: serie nazionali.

Una possibile spiegazione alla variazione della composizione della raccolta bancaria in Italia e nell'Eurozona può rinvenirsi nel complesso delle misure straordinarie di *policy* poste in essere dalla BCE e dalle varie banche centrali nazionali.

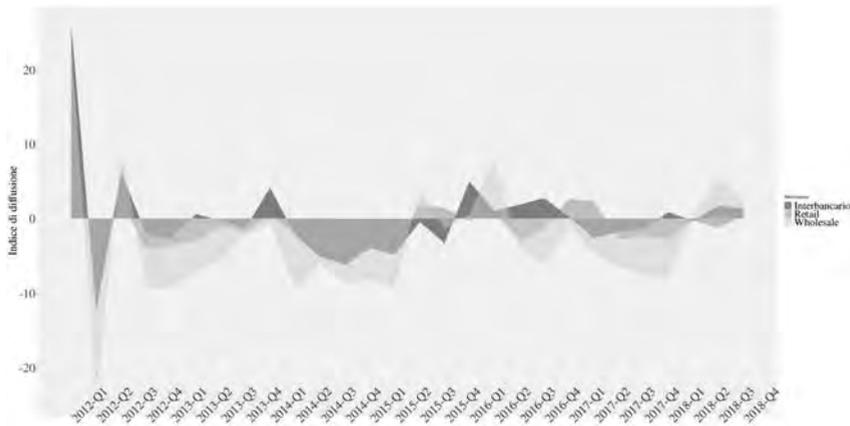
A tal riguardo, si mostrano alcune evidenze relative al *Bank Lending Survey* (BLS) effettuato periodicamente dalla BCE³. Nell'ambito del BLS viene richiesto agli operatori, tra le altre cose, se le condizioni di accesso al *funding* si siano modificate nei precedenti tre mesi e se si attendano cambiamenti nei tre mesi successivi. Le risposte, che vengono classificate distinguendo tra interbancario, *retail* e *wholesale funding*, possono avere cinque possibili livelli di impatto sulle condizioni di accesso: “considerevolmente deteriorate”, “piuttosto deteriorate”, “inalterate”, “piuttosto migliorate”, “considerevolmente

3) L'indagine sul credito bancario, effettuata trimestralmente fin dal 2003, è condotta dalle BCN dell'Eurosistema, in collaborazione con la BCE. Ha lo scopo evidenziare i fattori che influenzano la domanda e l'offerta di credito all'interno dell'Eurozona. Si rivolge ai responsabili delle politiche del credito delle principali banche dell'UEM (circa 150). Per l'Italia partecipano le capogruppo di dieci gruppi bancari.

migliorate”. Per ciascuna risposta viene fornito un *Indice di diffusione ponderato*, basato sulla quota che ciascun paese ha sul totale dei prestiti in essere nell’Eurozona e sulla quota di ciascuna banca rispetto al totale dei prestiti in essere delle banche nel campione.

Nella maggior parte dei casi è prevalente la risposta centrale, che identifica una situazione di neutralità. È comunque interessante analizzare l’evoluzione temporale dell’indice di diffusione. A tal fine, le Figure 5 e 6 mostrano il valore medio dell’indice, aggregando le tre aree di *funding* principali (interbancario, *retail* e *wholesale*). La Figura 5 rappresenta la valutazione dell’impatto da parte dei singoli rispondenti relativamente ai precedenti tre mesi, mentre la Figura 6 fa riferimento alle loro aspettative per i tre mesi successivi.

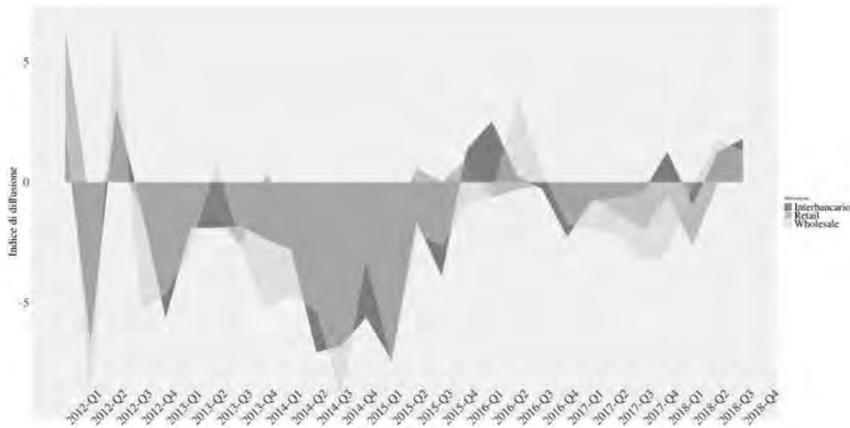
Figura 5 – Sondaggio sul credito bancario nell’Eurozona: accesso al *funding* bancario (interbancario, *retail* e *wholesale*) nei tre mesi precedenti



La Figura indica la variazione delle condizioni di accesso al *funding*, nei tre mesi precedenti, sulla base del *Bank Lending Survey* (BLS). L’*Indice di diffusione* si basa sulla quota che ciascun paese ha sul totale dei prestiti in essere nell’Eurozona e sulla quota di ciascuna banca rispetto al totale dei prestiti in essere delle banche nel campione. Le categorie di *funding* (Interbancario, *Retail*, *Wholesale*) sono state aggregate prendendo il valore medio dell’*Indice di diffusione*, a partire dalle singole serie storiche che fanno parte dell’aggregato. Si evidenzia una maggiore ampiezza delle variazioni legate alla raccolta all’ingrosso e in generale una prevalenza delle valutazioni negative.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, *Statistical Data Warehouse*, sdw.ecb.europa.eu

Figura 6 – Sondaggio sul credito bancario nell'Eurozona: accesso al *funding* bancario (interbancario, *retail* e *wholesale*) nei tre mesi successivi

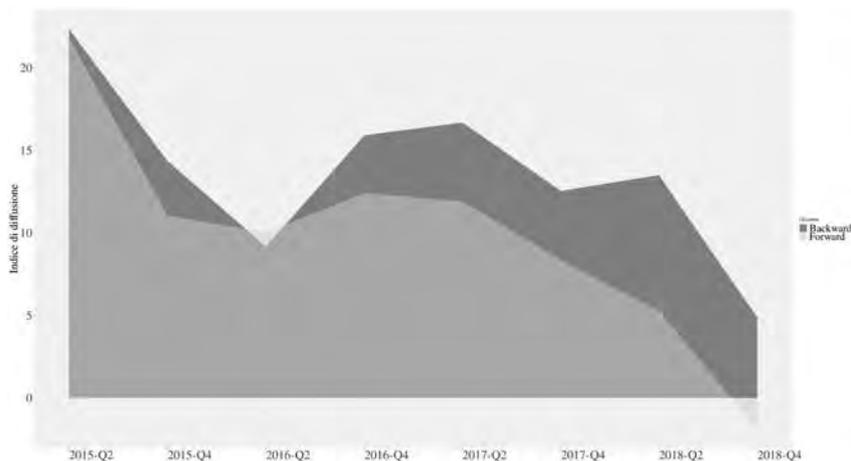


La Figura indica la variazione delle condizioni di accesso al *funding*, nei tre mesi successivi, sulla base del *Bank Lending Survey* (BLS). L'*Indice di diffusione* si basa sulla quota che ciascun paese ha sul totale dei prestiti in essere nell'Eurozona e sulla quota di ciascuna banca rispetto al totale dei prestiti in essere delle banche nel campione. Le categorie di *funding* (Interbancario, *Retail*, *Wholesale*) sono state aggregate prendendo il valore medio dell'*Indice di diffusione*, a partire dalle singole serie storiche che fanno parte dell'aggregato. Si evidenzia che le valutazioni prospettiche replicano l'analisi storica, ma la dimensione attesa dei valori di impatto negativo è significativamente maggiore per tutte le categorie di *funding*.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, *Statistical Data Warehouse*, sdw.ecb.europa.eu

Nella Figura 7 si illustra l'impatto dell'*Asset Purchase Programme*. Nel *Bank Lending Survey* viene chiesto al campione quanto il programma di acquisti abbia impattato sulle condizioni complessive di finanziamento di mercato. Seguendo una logica simile alla precedente domanda, vengono identificati cinque livelli possibili di impatto sulle condizioni di mercato: "ha contribuito considerevolmente a un deterioramento", "ha contribuito abbastanza a un deterioramento", "non ha avuto alcun sostanziale impatto", "ha contribuito considerevolmente a un miglioramento", "ha contribuito abbastanza a un miglioramento". Anche in questo caso la Figura 7 mostra l'indice di diffusione, ponderato con il peso dei singoli paesi e delle singole banche sull'offerta di prestiti in essere.

Figura 7 – Sondaggio sul credito bancario nell’Eurozona: andamento delle condizioni di mercato del *funding* bancario in seguito all’APP, nei sei mesi precedenti e successivi

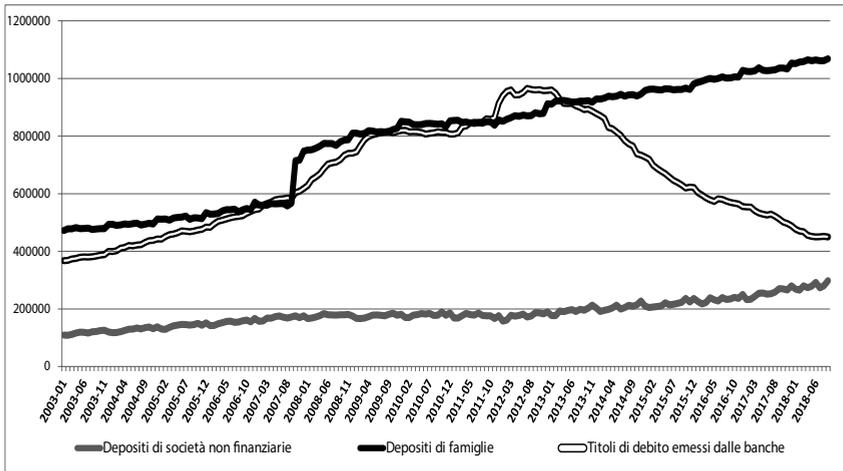


La Figura rappresenta l’impatto dell’*Asset Purchase Programme* (APP) sulle condizioni di finanziamento di mercato degli operatori, nei sei mesi precedenti e successivi, sulla base del *Bank Lending Survey* (BLS). L’*Indice di diffusione* si basa sulla quota che ciascun paese ha sul totale dei prestiti in essere nell’Eurozona e sulla quota di ciascuna banca rispetto al totale dei prestiti in essere delle banche nel campione. Si nota un impatto generalmente positivo e valutazioni *forward looking* più conservative rispetto all’analisi *backward*.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, *Statistical Data Warehouse*, sdw.ecb.europa.eu

Passando ora ad analizzare l’effettiva dinamica della raccolta bancaria in Italia e nell’Eurozona, le Figure 8 e 9 mostrano come nell’ultimo decennio il ricorso da parte delle banche a depositi verso famiglie e verso società non finanziarie abbia assunto un peso crescente, a scapito delle emissioni obbligazionarie. Ciò segnala una transizione verso un modello di business bancario maggiormente incentrato su un *funding* più stabile e prevedibile, nonché meno costoso (BCE 2016a). Il forte calo delle emissioni di titoli di debito da parte delle banche è stato favorito, tra l’altro, dalle operazioni di rifinanziamento a più lungo termine, le quali hanno permesso agli istituti di credito di sostituire buona parte del finanziamento all’ingrosso, costituito dalle obbligazioni bancarie e dai prestiti interbancari, con fondi della banca centrale (BCE 2015b).

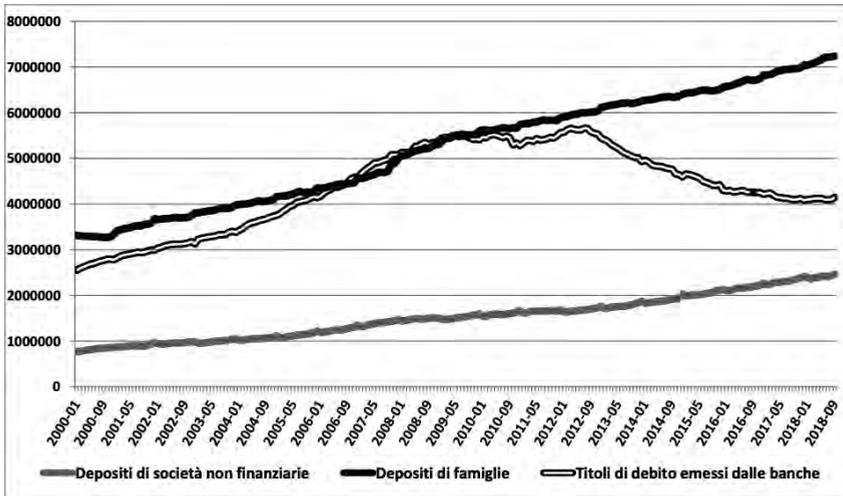
Figura 8 – Andamento della raccolta bancaria in Italia: depositi di società non finanziarie, di famiglie e titoli di debito (in milioni di euro)



Depositi di società non finanziarie: statistiche di bilancio delle istituzioni finanziarie monetarie, depositi totali delle società non finanziarie in Italia (tutte le valute, tutte le scadenze, euro, dati non destagionalizzati, consistenze di fine periodo). Depositi di famiglie: statistiche di bilancio delle istituzioni finanziarie monetarie, depositi totali delle famiglie in Italia (tutte le valute, tutte le scadenze, euro, dati non destagionalizzati, consistenze di fine periodo). Titoli di debito emessi dalle banche: consistenze di titoli di debito emessi da istituzioni finanziarie monetarie (valore nominale, tutte le valute, euro, residenti).

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell'area dell'euro, www.euro-area-statistics.org

Figura 9 – Andamento della raccolta bancaria nell'Eurozona: depositi di società non finanziarie, di famiglie e titoli di debito (in milioni di euro)



Depositi di società non finanziarie: statistiche di bilancio delle istituzioni finanziarie monetarie, depositi totali delle società non finanziarie dell'area dell'euro (tutte le valute, tutte le scadenze, euro, dati non destagionalizzati, consistenze di fine periodo). Depositi di famiglie: statistiche di bilancio delle istituzioni finanziarie monetarie, depositi totali delle famiglie dell'area dell'euro (tutte le valute, tutte le scadenze, euro, dati non destagionalizzati, consistenze di fine periodo). Titoli di debito emessi dalle banche: consistenze di titoli di debito emessi da istituzioni finanziarie monetarie (valore nominale, tutte le valute, euro, residenti).

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell'area dell'euro, www.euro-area-statistics.org

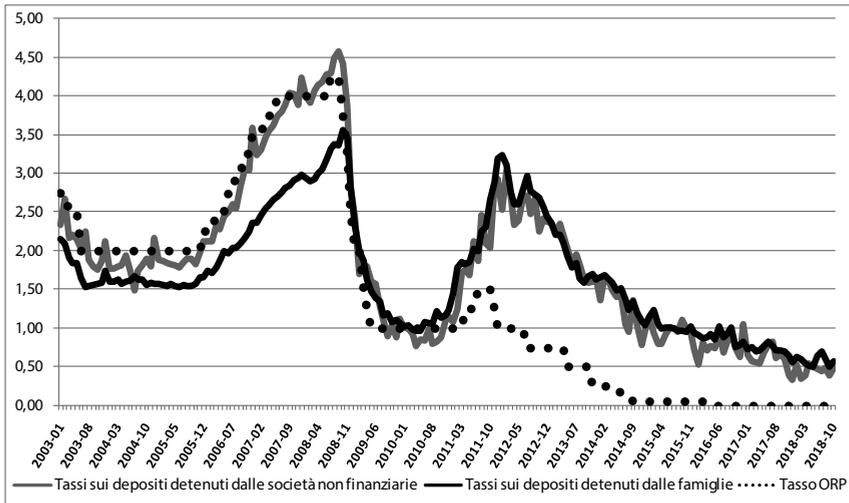
L'intensificarsi della crisi finanziaria nel 2008-2009 e il riaccuirsi della stessa negli anni 2011-2012 si sono riflesse in tensioni crescenti sui mercati finanziari, tensioni che hanno determinato, tra l'altro, un netto aumento del costo della raccolta per le banche dell'Eurozona.

I programmi LTRO, TLTRO e TLTRO2, assieme alle misure convenzionali e alle altre *policy* non convenzionali adottate dall'Eurosistema – tra le quali, la regolazione dei tassi di interesse di riferimento e il programma di acquisto di titoli pubblici e privati – hanno determinato, negli ultimi anni, anche una forte riduzione dei rendimenti di una serie di attività finanziarie, fra cui gli strumenti della raccolta bancaria.

Un caso interessante è quello dei depositi bancari detenuti dalle società non finanziarie e dalle famiglie. Anche se il loro costo è determinato da una serie di fattori – tra cui le diverse scadenze, i differenti rischi di default e la regolamentazione di riferimento – è possibile affermare come i tassi riconosciuti su tali strumenti della raccolta bancaria abbiano sostanzialmente rispecchiato quelli della politica monetaria, soprattutto nei primi anni di crisi finanziaria (cfr. Figure 10 e 11).

Nelle Figure 10 e 11, analizzando il recente andamento dei tassi sui depositi bancari verso le società non finanziarie e verso le famiglie in Italia e nell'Eurozona, è possibile anche porre in evidenza come tali rendimenti non siano pari a zero, come nel caso dei tassi di politica monetaria (tasso sulle operazioni di rifinanziamento principali), ma convergano verso valori prossimi allo zero. Ciò potrebbe dipendere dalle strategie e dalle politiche commerciali adottate dagli istituti di credito, i quali sembrano essere disposti ad offrire comunque un rendimento, ancorché non elevato, sui depositi detenuti dalla clientela, al fine di mantenere, se non di accrescere, i volumi di tale fonte di raccolta. Questa tendenza è particolarmente enfatizzata nei periodi di ciclo economico avverso.

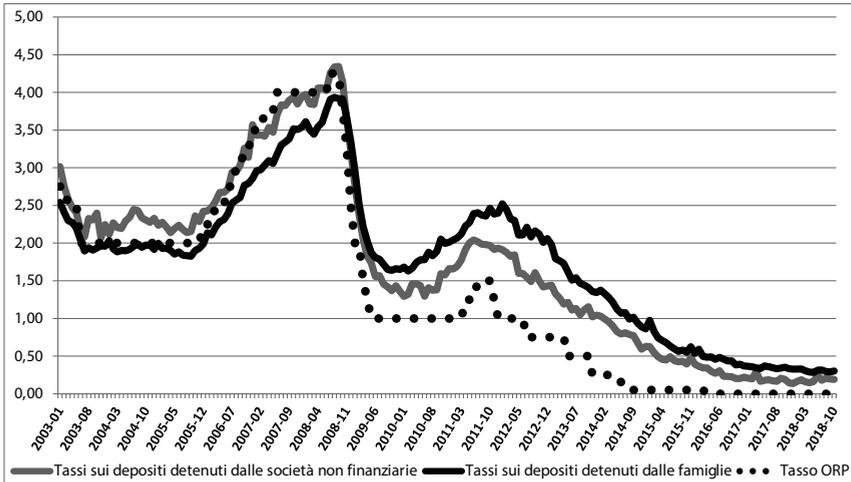
Figura 10 – Andamento dei tassi di interesse sui depositi bancari in Italia (di società non finanziarie e famiglie) e del tasso ORP



Tassi sui depositi detenuti dalle società non finanziarie e dalle famiglie: medie dei tassi di interesse bancari sui depositi aventi diversa scadenza (overnight, con durata prestabilita fino a un anno, superiore a un anno e fino a due anni, superiore a un anno, fino a due anni, superiore a due anni) e sui pronti contro termine denominati in euro, detenuti dalle società non finanziarie e dalle famiglie in Italia (percentuali annue, tassi sui nuovi depositi e sulle nuove operazioni). Tasso ORP (operazioni di rifinanziamento principali): è il tasso di interesse corrisposto dalle banche quando assumono prestiti dalla BCE per la durata di una settimana.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell'area dell'euro, www.euro-area-statistics.org

Figura 11 – Andamento dei tassi di interesse sui depositi bancari nell’Eurozona (di società non finanziarie e famiglie) e del tasso ORP



Tassi sui depositi detenuti dalle società non finanziarie e dalle famiglie: medie dei tassi di interesse bancari sui depositi aventi diversa scadenza (overnight, con durata prestabilita fino a un anno, superiore a un anno e fino a due anni, superiore a un anno, fino a due anni, superiore a due anni) e sui pronti contro termine denominati in euro, detenuti dalle società non finanziarie e dalle famiglie dell’area euro (percentuali annue, tassi sui nuovi depositi e sulle nuove operazioni). Tasso ORP (operazioni di rifinanziamento principali): è il tasso di interesse corrisposto dalle banche quando assumono prestiti dalla BCE per la durata di una settimana.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell’area dell’euro, www.euro-area-statistics.org

Per valutare analiticamente l’impatto delle variabili di stato patrimoniale dell’autorità monetaria sulla raccolta bancaria verso le famiglie e le imprese, si propone di seguito il seguente modello:

$$Dephouse_t = \beta_0 + \beta_1 Mainref_t + \beta_2 Longref_t + \beta_3 Secheld_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

$$Depcorp_t = \beta_0 + \beta_1 Mainref_t + \beta_2 Longref_t + \beta_3 Secheld_t + \varepsilon_t \quad (2)$$

dove:

- *Dephouse* indica i depositi totali delle famiglie in Italia;
- *Depcorp* indica i depositi totali delle imprese in Italia;
- *Mainref* indica le operazioni di rifinanziamento principali presenti nello stato patrimoniale della Banca d’Italia;
- *Longref* indica le operazioni di rifinanziamento a più lungo termine presenti nello stato patrimoniale della Banca d’Italia;
- *Secheld* indica i titoli detenuti per finalità di politica monetaria

presenti nello stato patrimoniale della Banca d'Italia.

Con riferimento all'equazione 1, il modello restituisce i seguenti coefficienti:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) | |
|-------------|-----------|------------|---------|----------|-----|
| (Intercept) | 8.959e+05 | 2.178e+04 | 41.138 | < 2e-16 | *** |
| Mainref | 1.457e+00 | 5.795e-01 | 2.514 | 0.0184 | * |
| Longref | 1.767e-02 | 8.536e-02 | 0.207 | 0.8377 | |
| Secheld | 4.135e-01 | 3.449e-02 | 11.990 | 4.27e-12 | *** |

Residual standard error: 6132 on 26 degrees of freedom; Multiple R-squared: 0.9343; Adjusted R-squared: 0.9268; F-statistic: 123.3 on 3 and 26 DF; p-value: 1.71e-15

Con riferimento all'equazione 2, il modello restituisce i seguenti coefficienti:

| | Estimate | Std. Error | t value | Pr(> t) | |
|-------------|------------|------------|---------|----------|-----|
| (Intercept) | 1.902e+05 | 2.770e+04 | 6.868 | 2.73e-07 | *** |
| Mainref | -2.467e-01 | 7.370e-01 | -0.335 | 0.741 | |
| Longref | -1.103e-01 | 1.086e-01 | -1.015 | 0.319 | |
| Secheld | 3.069e-01 | 4.387e-02 | 6.997 | 1.98e-07 | *** |

Residual standard error: 7799 on 26 degrees of freedom; Multiple R-squared: 0.8611; Adjusted R-squared: 0.845; F-statistic: 53.71 on 3 and 26 DF; p-value: 2.809e-11

L'inferenza mostra una buona capacità del modello nello spiegare la variabilità dei depositi, attraverso le grandezze identificate, relative allo stato patrimoniale della Banca d'Italia. In particolare, i dati di output mostrano che al crescere della variabile *Secheld* (titoli acquistati per finalità di politica monetaria) si rileva una contestuale variazione positiva dei depositi bancari detenuti dalle famiglie e dalle imprese. Nel caso dei depositi delle famiglie si osserva anche un significativo impatto della variabile *Mainref* (operazioni di rifinanziamento principali).

Per meglio visualizzare il legame tra le due variabili, nelle Figure 12

e 13 si rappresenta l'andamento dei depositi detenuti dalle famiglie e dalle imprese rispetto ai titoli detenuti per finalità di politica monetaria.

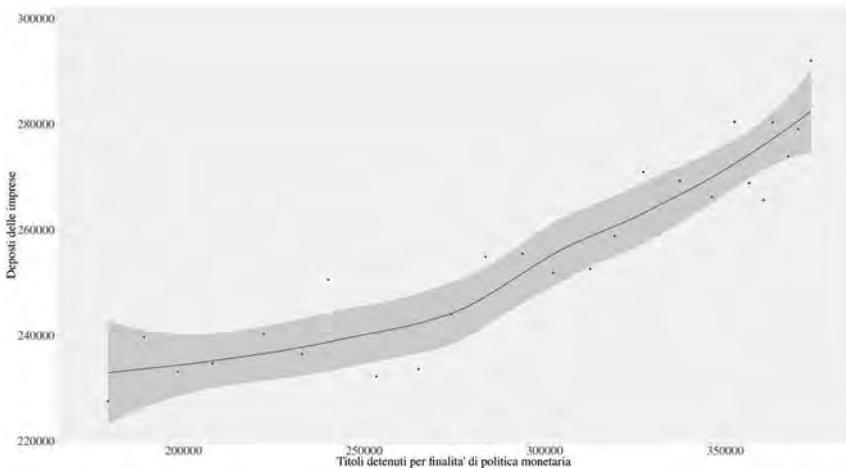
Figura 12 – Depositi delle famiglie e titoli detenuti per finalità di politica monetaria (in milioni di euro)



La Figura rappresenta la relazione tra i depositi delle famiglie e i titoli detenuti per finalità di politica monetaria, con riferimento allo stato patrimoniale della Banca d'Italia. I singoli punti rappresentano le osservazioni puntuali. Il modello di regressione mostra che i titoli detenuti per finalità di politica monetaria sono significativi nello spiegare la variazione dei depositi delle famiglie.

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell'area dell'euro, www.euro-area-statistics.org

Figura 13 – Depositi delle imprese e titoli detenuti per finalità di politica monetaria (in milioni di euro)



Si rappresenta la relazione tra i depositi delle imprese e i titoli detenuti per finalità di politica monetaria, con riferimento allo stato patrimoniale della Banca d'Italia. I singoli punti rappresentano le osservazioni puntuali. Anche nel caso dei depositi delle imprese si osserva un elevato potere esplicativo della variabile "Titoli detenuti per finalità di politica monetaria".

Fonte: nostra elaborazione su dati BCE, Statistiche dell'area dell'euro, www.euro-area-statistics.org

4. Osservazioni conclusive

Le misure monetarie convenzionali e non convenzionali adottate dal *policy maker* europeo nell'ultimo decennio hanno fornito un fondamentale sostegno all'economia nelle diverse fasi della crisi finanziaria.

L'analisi svolta, dopo aver brevemente richiamato le politiche monetarie straordinariamente accomodanti al di là dello *zero lower bound*, tenta di evidenziarne i riflessi sulla struttura e sul costo della raccolta bancaria in Italia e nel resto dell'Eurozona.

Anche alla luce di un quadro analitico ancora in fase di definizione, sarebbe prematuro fornire valutazioni definitive sui risultati delle politiche adottate. In particolare, mentre è possibile vederne gli effetti immediati, gli studi empirici non forniscono adeguate evidenze sui loro effetti di lungo periodo sull'economia.

Con riferimento all'area dell'euro, l'analisi svolta conferma che la drastica riduzione dei tassi di riferimento, unitamente alle varie operazioni speciali di prestito a più lungo termine e ai programmi di acquisto di attività finanziarie, hanno contribuito a determinare un netto ribilanciamento della provvista bancaria. Al fine di fornire un supporto analitico, è stato proposto un modello statistico, il cui *output* mostra come le variabili di stato patrimoniale del *policy maker* monetario – in particolare i titoli acquistati per finalità di politica monetaria – abbiano contribuito significativamente a spiegare la crescita dei depositi bancari detenuti dalle famiglie e dalle imprese. Nel caso dei depositi verso le famiglie si registra anche un importante impatto delle operazioni di rifinanziamento principali.

Dall'analisi è emerso che anche i costi della raccolta bancaria hanno fortemente risentito della politica monetaria ultrasensitiva. Appare tuttavia utile rilevare che la trasmissione di quest'ultima dipende da numerosi fattori, fra cui la solidità dei bilanci bancari e il contesto macroeconomico.

Bibliografia

Agnese P., Fasano A. (2017a), "Politiche monetarie straordinariamente accomodanti al di là dello ZLB, processi di intermediazione finanziaria e riflessi sul credito", *Il Risparmio* n. 3/4 luglio - dicembre 2017.

Agnese P., Fasano A. (2017b), "Politiche monetarie accomodanti e processi di intermediazione finanziaria", *Bancaria* n. 11-2017.

Banca d'Italia (2018), *Bollettino Economico* 4/2018, ottobre 2018.

Banca d'Italia, Statistiche, Banche e moneta: serie nazionali.

BCE (2018), *Rapporto Annuale 2017*.

BCE (2016a), "Andamenti recenti della composizione e del costo della provvista bancaria nell'area dell'euro", in *Bollettino economico*, n. 1/2016, pp. 30-47.

BCE (2016b), "La seconda serie di operazioni mirate di rifinanziamento a più lungo termine (OMRLT II)", in *Bollettino economico*, n. 3/2016, pp. 27-31.

BCE (2015a), "Il ruolo del bilancio della banca centrale nella politica monetaria", in *Bollettino economico*, n. 4/2015, pp. 69-88.

- BCE (2015b), “La trasmissione delle recenti misure non convenzionali di politica monetaria della BCE”, in *Bollettino economico*, n. 7/2015, pp. 36-56.
- BCE, sito web, www.ecb.europa.eu.
- BCE, *Statistical Data Warehouse*, sdw.ecb.europa.eu.
- BCE, Statistiche dell’area dell’euro, www.euro-area-statistics.org.
- Bernanke, Ben S. (2009), *The Crisis and the Policy Response*, at the Stamp Lecture, London School of Economics, London.
- Borio C., Zabai A. (2016), “Unconventional monetary policies: a re-appraisal”, *BIS Working Papers*, No 570.
- Campbell J. R. (2013), “Odyssean forward guidance in monetary policy: A primer”, in *Forward Guidance: Perspectives from Central Bankers, Scholars and Market Participants*, *Vox eBook*.
- Draghi M. (2015), “La Bce e le azioni per la crescita: un nuovo patto per l’Europa”, in *Bancaria* n. 11/2015, pp. 2-7.
- EBA (2018), *EBA Report on Funding Plans*, September 2018.
- ECB, *The euro area bank lending survey*, anni vari.
- Farmer R. E. A. (2012), *Qualitative easing: how it works and why it matters*, Rapp. tecn. National Bureau of Economic Research.
- Fasano A., Galloppo G. (2016), “Emerging market active managers: Skilled or stubborn?”, in *Journal of Behavioral and Experimental Finance* 9, pp. 132-135.
- Gambacorta L., Hofmann B. (2012), “Gli effetti economici dei programmi di acquisto di titoli intrapresi dalle banche centrali”, in *Bancaria* n. 3/2012, pp. 38-50.
- Guthrie G., Wright J. (2000), “Open mouth operations”, in *Journal of Monetary Economics* 46.2, pp. 489-516.

**SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME
COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE: ALCUNE CONSI-
DERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE**

*AMORTIZING LOANS UNDER COMPOUND AND SIMPLE INTEREST LAWS:
SOME CONCEPTUAL AND METHODOLOGICAL INSIGHTS*

Carlo Mari

*Dipartimento di Economia,
Università "G. d'Annunzio" di Chieti-Pescara, Pescara, Italy*

*Department of Economics,
University "G. d'Annunzio" of Chieti-Pescara, Pescara (Italy)*

carlo.mari@unich.it

Graziano Aretusi

*Dipartimento di Economia,
Università "G. d'Annunzio" di Chieti-Pescara, Pescara, Italy*

*Department of Economics,
University "G. d'Annunzio" of Chieti-Pescara, Pescara (Italy)*

graziano.aretusi@gmail.com

Tratteremo, dapprima, della questione degli 'interessi sugli interessi' nell'ammortamento dei prestiti in regime composto. Dimostreremo che, qualunque sia il piano di rimborso del prestito, gli interessi che maturano in un determinato periodo generano ulteriori interessi nei periodi successivi.

Presenteremo, di seguito, uno schema d'ammortamento nel regime degli interessi semplici in cui la generazione degli 'interessi sugli interessi' è preclusa. La costruzione del piano d'ammortamento verrà sviluppata sulla base di considerazioni concettuali e metodologiche che permetteranno di definire in maniera univoca lo schema d'ammortamento.

PAROLE CHIAVE: INTERESSI COMPOSTI • INTERESSI SEMPLICI • PRESTITI • PIANO D'AMMORTAMENTO

We will deal, in the first part of the paper, with the issue of 'interest on interest' in the amortization of a loan under the compound interest law. We will demonstrate that, whatever the loan repayment scheme is, the interest that accrues over a given period of time, generates additional interest in subsequent periods.

In the second part of the paper, we will present an amortization scheme based on the simple interest law in which the generation of 'interest on interest' is precluded. The construction of the amortization schedule will be developed on the basis of some conceptual and methodological insights that will allow us to define unambiguously the amortization scheme.

KEYWORDS: COMPOUND INTEREST • SIMPLE INTEREST • AMORTIZED LOANS • AMORTIZATION SCHEDULE

1. Introduzione

Nell'ammortamento 'alla francese' dei prestiti in regime composto, gli interessi che maturano in un periodo producono ulteriori interessi nei periodi successivi?

In realtà la domanda avrebbe dovuto essere più generale, poiché la questione non riguarda la costanza delle rate di rimborso (ammortamento francese) ma è legata al regime finanziario adottato. Per questo

va riformulata: nell'ammortamento dei prestiti in regime composto, gli interessi che maturano in un periodo producono ulteriori interessi nei periodi successivi?

E se dovesse risultare che la risposta alla domanda precedente fosse affermativa, o comunque se, per qualsiasi motivo, fosse preclusa la possibilità di utilizzare il regime composto, sarebbe possibile costruire uno schema d'ammortamento coerente con la legge degli interessi semplici?

Formuliamo queste domande nell'Introduzione, perché questo scritto è pensato e strutturato per fornire una risposta ad entrambe le questioni.

Il lavoro è strutturato in cinque sezioni. Inizieremo la trattazione, nella Sezione 2, con una digressione sulla natura finanziaria del capitale e dell'interesse. Discuteremo dell'ammortamento dei prestiti in regime composto e della questione degli 'interessi sugli interessi' nella Sezione 3. Mostriamo che, sulla base delle argomentazioni presentate nella Sezione 2, non sarà possibile evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi' nell'ammortamento in regime composto. Qualunque sia il piano di rimborso del prestito, sia esso in unica soluzione alla scadenza oppure graduale nel tempo, a rate costanti o meno, gli interessi che maturano in un determinato periodo di tempo generano ulteriori interessi nei periodi di tempo successivi. Abbandonare l'utilizzo del regime composto appare, dunque, l'unico modo per evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'. Nella Sezione 4 discuteremo dell'ammortamento dei prestiti in regime semplice, affrontando alcune questioni metodologiche che permetteranno di definire in maniera univoca lo schema d'ammortamento. La trattazione, dapprima svolta in maniera intuitiva per tentare di costruire uno schema d'ammortamento coerente con la legge degli interessi semplici, verrà successivamente resa rigorosa sia sotto il profilo finanziario sia sotto il profilo matematico. Saranno, infatti, enunciati e dimostrati alcuni risultati, presentati sotto forma di teoremi, che forniranno uno schema di riferimento generale per l'ammortamento dei prestiti nel regime degli interessi semplici. Si verificherà, infine, che lo schema d'ammortamento così costruito coincide esattamente con lo schema d'ammortamento in regime semplice

proposto da Mari e Aretusi (2018) e derivato sulla base di un'impostazione teorica generale. Nella Sezione 5 presenteremo alcune considerazioni conclusive sull'unicità dello schema d'ammortamento in regime semplice proposto in questo lavoro.

2. Sulla natura del capitale e dell'interesse

“Il regime finanziario dell'interesse composto è caratterizzato dalla proprietà che l'interesse che matura in ciascun periodo, al termine del periodo viene sommato al capitale per concorrere alla produzione dell'interesse nel periodo successivo” (Ottaviani, 1988).

Si consideri, per fissare le idee, un prestito per un importo S al tempo $t = 0$, il capitale, da restituire in un'unica soluzione alla scadenza fissata all'epoca $n = 2$, cioè dopo 2 periodi unitari. Il prestito è progettato in regime composto al tasso i (tasso riferito al periodo di tempo unitario considerato). Coerentemente con la definizione, gli interessi maturati nel primo periodo, iS , sommati al capitale, S , concorrono a produrre interessi nel secondo periodo, $i(S + iS)$. Alla scadenza, gli interessi I^p , complessivamente maturati sull'orizzonte temporale $[0,2]$ e pagati al tempo $n = 2$ *congiuntamente* al capitale, ammontano, dunque, a

$$I^p = iS + i(S + iS) = iS + iS + i^2S = [(1 + i)^2 - 1]S. \quad (1)$$

Il termine i^2S che compare nell'Equazione (1) quantifica l'importo degli 'interessi sugli interessi'. Sono, infatti, gli interessi che periodicamente si aggiungono al capitale e determinano la base di calcolo per gli interessi nel periodo successivo, a dare origine al fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'. Il rimborso del prestito, in un'unica soluzione alla scadenza, avviene con il pagamento del capitale S , congiuntamente agli interessi maturati I^p , cioè con la corresponsione del montante

$$M = S + I^p = S(1 + i)^2. \quad (2)$$

Si consideri, ora, un prestito per l'importo S al tempo $t = 0$ da rim-

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

borsare in un'unica soluzione dopo n periodi. In questo caso, gli interessi generati sull'intero orizzonte temporale $[0, n]$ ammontano a

$$I^p = iS + i(1+i)S + i(1+i)^2S + \dots + i(1+i)^{n-1}S = [(1+i)^n - 1]S, \quad (3)$$

e saranno corrisposti all'epoca n congiuntamente al capitale S . Il valore di rimborso del prestito, M , cioè il montante dell'operazione, risulta pertanto

$$M = S + I^p = S(1+i)^n. \quad (4)$$

Il montante M dell'importo S , così come è descritto dall'Equazione (4), viene anche definito valore capitalizzato in regime composto dell'importo S (Moriconi, 1994). L'Equazione (4) mostra che il montante cresce esponenzialmente nel tempo e, per questo, la legge degli interessi composti è altresì detta legge di capitalizzazione esponenziale o, semplicemente, legge esponenziale.

“Il regime finanziario dell'interesse semplice è caratterizzato dalla proprietà che l'interesse si calcola sul capitale impiegato, proporzionalmente al tempo” (Ottaviani, 1988).

In riferimento all'esempio biperiodale precedente e coerentemente con la definizione di regime semplice, gli interessi maturati e corrisposti all'epoca $n = 2$, *congiuntamente* al capitale, ammontano a

$$I^p = 2iS, \quad (5)$$

e il valore di rimborso del prestito, cioè il montante dell'operazione, a

$$M = S + I^p = S(1+2i). \quad (6)$$

L'Equazione (6) ben evidenzia il fatto che nel regime semplice gli interessi che maturano in ogni periodo di tempo sono calcolati sempre sul capitale S , evitando in questo modo la formazione degli ‘interessi sugli interessi’. Nel regime semplice, gli interessi “non producono altri interessi: essi sono direttamente proporzionali al capitale im-

piegato S , alla durata dell'impiego n , e al tasso i " (Polidori, 1954). Generalizzando, infatti, la trattazione a n periodi, gli interessi maturati sull'intero orizzonte temporale $[0, n]$ e corrisposti all'epoca n congiuntamente al capitale ammontano a

$$I^p = niS, \quad (7)$$

e il valore di rimborso del prestito, cioè il montante dell'operazione, a

$$M = S(1 + in), \quad (8)$$

Il montante M dell'importo S , così come è descritto dall'Equazione (8), viene anche definito valore capitalizzato in regime semplice dell'importo S (Moriconi, 1994). L'Equazione (8) mostra che il montante cresce linearmente nel tempo e, per questo, la legge degli interessi semplici è altresì detta legge di capitalizzazione lineare o, semplicemente, legge lineare.

Sia la legge degli interessi composti sia la legge degli interessi semplici consentono di definire operazioni di prestito in cui il capitale, inizialmente erogato, viene rimborsato *congiuntamente* agli interessi maturati in un'unica soluzione alla scadenza. Chiameremo *prestiti elementari* tale tipologia di operazioni finanziarie. Nei prestiti elementari, dunque, il montante di un importo è sempre una miscela di capitale e di interessi. La frazione del montante F_n^x che descrive il capitale e, conseguentemente, la frazione del montante F_n^y che descrive gli interessi dipendono dal tempo n e sono date rispettivamente da

$$F_n^x = \frac{1}{(1+i)^n}, \quad F_n^y = 1 - \frac{1}{(1+i)^n}, \quad (9)$$

nel regime composto, e da

$$F_n^x = \frac{1}{1+in}, \quad F_n^y = 1 - \frac{1}{1+in}, \quad (10)$$

nel regime semplice. L'Equazione (9) e l'Equazione (10) descrivono la 'concentrazione' di capitale e di interessi nel montante di un importo, rispettivamente nel regime composto e nel regime semplice. La

concentrazione di capitale nel montante consente di definire il valore attuale (al tempo $t = 0$) di un importo esigibile ad un'epoca futura. Se l'importo M è esigibile al tempo n , il suo valore attuale, cioè l'ammontare di capitale in esso contenuto, è $S = F_n^x M$, cioè

$$S = \frac{M}{(1+i)^n}, \quad (11)$$

nel regime composto e

$$S = \frac{M}{1+ni}, \quad (12)$$

nel regime semplice.

Per poter estendere in modo consistente la trattazione al caso dei prestiti di qualsivoglia tipologia, sono necessarie alcune considerazioni preliminari. Occorre, innanzitutto, formulare un'ipotesi di estensione del regime composto e del regime semplice che sia coerente sul piano finanziario. A tal fine, si consideri un prestito acceso al tempo 0 per un capitale S da rimborsare in m rate di importi R_1, R_2, \dots, R_m , esigibili ai tempi $1, 2, \dots, m$ rispettivamente, in regime composto al tasso i . L'ipotesi che faremo è che, in linea con la teoria matematica delle operazioni finanziarie eque (Levi, 1959; Moriconi, 1994), tra le rate di rimborso del prestito e il capitale erogato inizialmente deve sussistere la seguente condizione di equivalenza finanziaria, altresì detta condizione di *equità* all'epoca iniziale $t = 0$,

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{(1+i)^k}, \quad (13)$$

che stabilisce l'uguaglianza tra il valore attuale in regime composto delle rate di rimborso e il capitale erogato inizialmente. Nel caso di un prestito elementare l'Equazione (13) si riduce all'Equazione (11), in cui il montante M rappresenta l'importo dell'unica rata di rimborso del prestito.

Sul piano interpretativo l'Equazione (13) ha importanti implicazioni. Il pagamento di ogni singola rata estingue una parte, univocamente determinata, del capitale erogato inizialmente. Coerentemente con l'Equazione (11), questa parte è pari all'ammontare di capitale contenuto nella rata, cioè è pari al valore attuale al tempo $t = 0$ della

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

rata. In riferimento all'epoca k , ad esempio, il pagamento della rata R_k estingue la parte di capitale data da

$$S_k = \frac{R_k}{(1+i)^k}. \quad (14)$$

Il capitale iniziale, S , viene completamente rimborsato con il pagamento dell'ultima rata,

$$\sum_{k=1}^m S_k = S. \quad (15)$$

Ogni rata R_k risulta, dunque, costituita da una miscela di capitale e di interessi con la 'concentrazione' descritta dall'Equazione (9) per $n=k$, cioè

$$R_k = S_k + I_k^p, \quad (16)$$

dove

$$I_k^p = [(1+i)^k - 1]S_k, \quad (17)$$

quantifica gli interessi che, nelle proporzioni corrette e non disgiunti dal capitale S_k , vengono rimborsati con il pagamento della rata.

Nel caso del regime semplice la condizione di equità all'epoca iniziale è data da

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{1+ik}, \quad (18)$$

che determina l'uguaglianza tra il valore attuale in regime semplice delle rate di rimborso e il capitale erogato inizialmente. Nel caso di un prestito elementare l'Equazione (18) si riduce all'Equazione (12). Come nel caso del regime composto, il pagamento di ogni singola rata estingue una parte di capitale univocamente determinata,

$$S_k = \frac{R_k}{1+ik}, \quad (19)$$

e l'intero capitale S sarà completamente rimborsato con il pagamento

dell'ultima rata,

$$\sum_{k=1}^m S_k = S. \quad (20)$$

Nel regime semplice la rata R_k risulta costituita da una miscela di capitale e di interessi con la 'concentrazione' descritta dall'Equazione (10) per $n=k$, cioè

$$R_k = S_k + I_k^p, \quad (21)$$

dove

$$I_k^p = ikS_k, \quad (22)$$

quantifica gli interessi che, nelle proporzioni corrette e non disgiunti dal capitale S_k , vengono rimborsati con il pagamento della rata R_k .

È, dunque, possibile che gli importi delle rate di rimborso di un prestito abbiano 'concentrazioni' di capitale e interessi diverse da quelle definite univocamente dai regimi finanziari utilizzati nella costruzione del prestito? È coerente, in altre parole, affermare che con il pagamento di una rata si possano corrispondere gli interessi maturati in un determinato periodo di tempo senza che avvenga contestualmente la corresponsione dell'intero capitale che quegli interessi ha generato? Per valutare la rilevanza di queste domande si pensi, ad esempio, ai prestiti che prevedono il pagamento periodico di importi *pari* agli interessi maturati in ogni singolo periodo e il rimborso alla scadenza di un importo *pari* al capitale (prestito *bullet*). In questo caso, si potrebbe sostenere che le rate sono costituite soltanto da 'interessi' ad eccezione dell'ultima rata costituita dagli 'interessi' maturati nell'ultimo periodo e dall'intero 'capitale'?

Per evitare di incorrere in equivoci interpretativi è opportuno prestare una certa attenzione nel considerare disgiuntamente gli interessi dal capitale. Infatti, se le risposte alle domande precedenti fossero affermative, ci troveremmo ad affrontare una serie di questioni alquanto delicate sul piano finanziario. Per esempio, a quale tasso si deve attualizzare un importo

costituito solo da interessi? A quale tasso si deve attualizzare il capitale?

È importante mettere in evidenza che le risposte a queste domande non sono contenute nelle definizioni di regime composto e di regime semplice (e fortunatamente non ce n'è nemmeno bisogno!). La condizione di equità consente, infatti, di definire in maniera univoca prestiti 'complessi' di qualsivoglia tipologia e di interpretarli univocamente come collezioni di prestiti elementari. Vedremo, che questa rappresentazione ha delle conseguenze importanti sulla costruzione degli schemi di ammortamento dei prestiti e sulla questione relativa agli 'interessi sugli interessi'.

3. L'ammortamento dei prestiti in regime composto e la questione degli 'interessi sugli interessi'

In questa sezione tratteremo, dapprima, dell'ammortamento dei prestiti in regime composto e, successivamente, della questione degli 'interessi sugli interessi'.

3.1. L'ammortamento dei prestiti nel regime degli interessi composti

È ben noto che il piano d'ammortamento di un prestito in regime composto può essere costruito a partire dall'equazione ricorsiva che descrive, in questo regime, l'evoluzione temporale del debito residuo (si veda, ad esempio, Moriconi (1994)). Se indichiamo con M_k il valore del debito residuo all'epoca k (detto anche montante all'epoca k), l'evoluzione temporale del debito residuo è descritta dalla relazione ricorsiva seguente

$$M_k = M_{k-1} + iM_{k-1} - R_k, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (23)$$

con condizione iniziale $M_0 = S$. L'Equazione (23) mostra che, da un lato, gli interessi maturati sul debito residuo tendono ad accrescere il debito, dall'altro, le rate di rimborso lo riducono. Applicando ricorsivamente l'Equazione (23) sull'orizzonte temporale $[0, k]$, si ottiene

$$M_k = (1 + i)^k \left[S - \sum_{j=1}^k \frac{R_j}{(1 + i)^j} \right], \quad (24)$$

con $M_0 = S$. Il debito residuo, M_k , può essere, dunque, calcolato sottraendo al capitale erogato inizialmente il valore attuale delle rate

scadute nell'intervallo temporale $[0, k]$ e capitalizzando l'importo così ottenuto da $t = 0$ all'epoca k . Poiché $R_j = (1 + i)^j S_j$, l'Equazione (24) può essere espressa nella forma seguente

$$M_k = (1 + i)^k \left(S - \sum_{j=1}^k S_j \right), \quad (25)$$

o, nella forma equivalente

$$M_k = (1 + i)^k \sum_{j=k+1}^k S_j, \quad (26)$$

Entrambe le rappresentazioni sono di immediata interpretazione. Il pagamento delle prime rate estingue il capitale erogato inizialmente per un ammontare pari a $S_1 + S_2 + \dots + S_k$. Ciò che del capitale resta da rimborsare, cioè l'ammontare di debito iniziale non ancora rimborsato all'epoca k , è dato da

$$D_{0,k} = S - \sum_{j=1}^k S_j = \sum_{j=k+1}^m S_j, \quad (27)$$

L'Equazione (25) evidenzia il fatto che M_k si ottiene capitalizzando, in regime composto, il capitale non ancora rimborsato all'epoca k , cioè $D_{0,k}$, dall'istante di tempo iniziale $t = 0$ all'epoca k ,

$$M_k = (1 + i)^k D_{0,k}. \quad (28)$$

Questo risultato mostra che il debito residuo all'epoca k è una miscela di capitale e di interessi con la 'concentrazione' relativa all'epoca k , così come descritta dall'Equazione (9) per $n=k$. Alla stessa conclusione saremmo potuti giungere direttamente analizzando la struttura ricorsiva dell'Equazione (23). Infatti, da un lato, gli interessi che maturano sul debito residuo nel periodo $[k-1, k]$ aumentano la 'concentrazione' di interessi nella miscela, portandola dalla 'concentrazione' dell'epoca $k-1$ alla 'concentrazione' dell'epoca k . Dall'altro, il pagamento della rata R_k non altera la 'concentrazione' degli interessi nella miscela, avendo la rata k -esima la 'concentrazione' di capitale e di interessi dell'epoca k .

Un'ultima considerazione riguarda la decomposizione di ciascuna rata nella quota di capitale e nella quota interessi. Tale decomposizio-

ne si ottiene esplicitando l'Equazione (23) rispetto a R_k ,

$$R_k = M_{k-1} - M_k + iM_{k-1} \equiv C_k + I_k. \quad (29)$$

In tale rappresentazione, la quota di capitale

$$C_k = M_{k-1} - M_k, \quad (30)$$

quantifica la variazione di debito residuo che avviene nel periodo $[k-1, k]$, mentre la quota interessi

$$I_k = iM_{k-1}, \quad (31)$$

quantifica l'ammontare degli interessi maturati nel periodo $[k-1, k]$. È immediato verificare che vale la condizione di chiusura

$$\sum_{k=1}^m C_k = S. \quad (32)$$

Occorre prestare attenzione nell'interpretare correttamente l'Equazione (29). Con riferimento alla rata R_k , la quota di capitale C_k non quantifica l'ammontare di capitale che viene rimborsato con il pagamento della rata R_k che è pari, invece, a S_k ($C_k \neq S_k$) così come descritto dall'Equazione (14). La quota di capitale C_k esprime, come ben evidenzia l'Equazione (30), la variazione del debito residuo nell'intervallo $[k-1, k]$ per effetto del trascorrere del tempo e del pagamento della rata R_k . Parimenti, la quota interessi I_k non quantifica l'ammontare di interessi corrisposti con il pagamento della rata R_k che è pari, invece, a I_k^p ($I_k \neq I_k^p$) così come descritto dall'Equazione (15). La quota interessi I_k esprime, come ben evidenzia l'Equazione (31), l'ammontare di interessi maturati nel periodo $[k-1, k]$ per effetto del trascorrere del tempo. I_k non può essere interpretato come l'ammontare di interessi corrisposti con il pagamento della k -esima rata anche perché, in tal caso, gli interessi risulterebbero pagati disgiuntamente dal capitale che quell'ammontare di interessi avrebbe generato che è pari a

$$\frac{I_k}{(1-i)^k - 1}, \quad (33)$$

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

ed è un ammontare diverso da C_k . In questo lavoro, utilizzeremo i termini quota di capitale e quota interessi nell'unico significato che gli deriva dalle definizioni date rispettivamente dall'Equazione (30) e dall'Equazione (31).

Nell'esempio che segue viene proposta la costruzione del piano d'ammortamento di un prestito in regime composto secondo uno schema che potremmo definire 'esteso'. A tal fine, si consideri un prestito per l'importo $S = 100$ al tempo $t = 0$, da rimborsare in $m = 4$ rate di importo costante, R , esigibili ai tempi 1, 2, 3, 4 anni, in regime composto al tasso annuale $i = 10\%$. L'Equazione (13) fornisce il valore dell'importo delle rate, cioè $R = 31.55$. Il piano d'ammortamento può essere sviluppato, nella versione estesa, come descritto nella Tabella 1, in cui accanto al piano d'ammortamento usuale sono inserite, a destra della barra verticale, ulteriori grandezze finanziarie al fine di completare il contenuto informativo del piano.

Tabella 1: Il piano d'ammortamento esteso.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | S_k | I_k^p | $D_{0,k}$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 31.55 | 21.55 | 10.00 | 78.45 | 28.68 | 2.87 | 71.32 |
| 2 | 31.55 | 23.70 | 7.85 | 54.75 | 26.07 | 5.48 | 45.25 |
| 3 | 31.55 | 26.07 | 5.48 | 28.68 | 23.70 | 7.85 | 21.55 |
| 4 | 31.55 | 28.68 | 2.87 | 0 | 21.55 | 10.00 | 0 |

In riferimento alla generica epoca k , la Tabella 1 riporta, a sinistra della barra verticale, l'importo della rata R , la quota di capitale C_k , cioè la variazione del debito residuo nell'intervallo temporale $[k-1, k]$, la quota interessi I_k , cioè l'ammontare degli interessi maturati nello stesso intervallo temporale, e, infine, il debito residuo M_k . A destra della barra sono elencati, sempre con riferimento all'epoca k , il valore del capitale S_k , estinto con il pagamento della k -esima rata, l'ammontare degli interessi corrisposti I_k^p e, infine, il capitale $D_{0,k}$ che resta da rimborsare dopo il pagamento della k -esima rata. Nel presente lavoro, noi continueremo a intendere con il termine piano d'ammortamento l'insieme delle grandezze finanziarie (e i valori assunti dalle stesse alle varie epoche di ammortamento del prestito) riportate a sinistra della barra verticale

e, solo se necessario (per approfondimenti o per chiarezza espositiva), utilizzeremo il piano d'ammortamento nella versione estesa.

3.2. La questione degli 'interessi sugli interessi'

Nei prestiti, il rimborso del capitale avviene, generalmente, in modo graduale con il pagamento delle rate. E con il pagamento delle rate vengono corrisposti anche gli interessi. A questo punto appare ragionevole chiedersi se nell'ammortamento dei prestiti ad interessi composti, gli interessi che maturano in un determinato periodo generino ulteriori interessi nei periodi successivi.

La ragionevolezza della domanda trova un suo fondamento nei numerosi quesiti che sono stati posti sull'argomento e nelle variegate risposte presenti nella letteratura finanziaria e giuridico-finanziaria. Studiosi e Tribunali si sono pronunciati a vario titolo sulla questione e hanno prodotto una collezione di risposte diverse e interessanti. Ad esempio, nella sentenza del Tribunale di Mantova del 21 ottobre 2015 si legge: "In particolare il calcolo degli interessi, qualsiasi sia la durata complessiva del piano e la cadenza periodica dei pagamenti, è sempre e comunque effettuato sul debito residuo, ovvero sul capitale che rimane da restituire al finanziatore [...]. In tal modo, l'interesse non è mai produttivo di altro interesse, ovvero non viene accumulato al capitale ma, tramite pagamenti periodici, viene, per così dire, staccato dal capitale, capitale che invece è, per sua natura, produttivo di interessi [...]. Con questo meccanismo, la generazione di interessi su interessi, e quindi l'anatocismo, è del tutto preclusa." Le stesse argomentazioni si ritrovano nella sentenza del Tribunale di Roma del 13 aprile 2017: "l'anatocismo rilevante agli effetti dell'art. 1283 c.c., si determina soltanto se gli interessi maturati sul debito in un dato periodo si aggiungono al capitale, costituendo in tal modo la base di calcolo produttiva di interessi. Per contro, la previsione di un piano di rimborso con rata fissa costante, vale a dire l'ammortamento 'alla francese', non comporta violazione dell'art. 1283 c.c., giacché gli interessi di periodo vengono calcolati esclusivamente sul capitale residuo e alla scadenza della rata gli interessi maturati non vengono capitalizzati, ma sono pagati come quota interessi della rata di rimborso." Sulla stessa linea argomentativa si muovono anche Rutigliano e Faccincani (2017) per chiarire "una ovvietà, vale a dire perché nel mutuo a rate costanti non vi è la presenza di alcuna

forma di anatocismo”, sottolineando “l’elementare evidenza secondo la quale nel mutuo a rate costanti, come peraltro pure nel mutuo con ammortamento a quote di capitale costanti, gli interessi sono sempre calcolati in linea di capitale non ancora rimborsato.” Infatti, nel “piano di ammortamento a rate costanti gli interessi maturati periodicamente sul prestito, ad esempio mensilmente, non sono capitalizzati incrementando il debito, bensì sono pagati dal mutuatario con la quota interessi di cui si compone la rata di rimborso periodica. Non si può quindi in alcun modo ricondurre la tecnica dell’ammortamento ‘alla francese’ alla pratica dell’anatocismo”.

Certamente significativa è la sentenza del Tribunale di Padova del 29 maggio 2016 in cui si legge: “La doglianza relativa al piano di ammortamento con il metodo alla francese è manifestamente infondata non contenendo, quel metodo di ammortamento, alcun interesse anatocistico illecito od occulto visto che la formula matematica del piano di ammortamento è quella dell’interesse semplice e non composto”. Anche l’Arbitro Bancario e Finanziario (ABF), nella Decisione n. 429 del Collegio di Milano, argomenta che “il metodo di ammortamento alla francese, di per sé, non comporta alcuna forma di anatocismo. [...] la rata ingloba interessi semplici (non composti), sempre calcolati, al tasso nominale, sul residuo capitale da restituire.” Sulla questione Rutigliano e Faccincani (2017) sottolineano che, per effetto del pagamento della quota interessi nelle rate in scadenza, non si possa parlare di “capitalizzazione composta, che si avrebbe appunto se il debito del mutuatario si incrementasse effettivamente degli interessi periodali (ad esempio mensili) posti a carico dello stesso. Con l’ammortamento francese il debito in linea capitale non aumenta per la capitalizzazione degli interessi”.

Di ben altro avviso sono Fersini e Olivieri (2015) che, con rigore matematico, tentano di dimostrare che nell’ammortamento di un prestito a rate costanti in regime composto, gli interessi maturati in un periodo continuano a produrre effetti, cioè a generare ulteriori interessi nei periodi successivi fino al termine del piano di rimborso. In un corposo lavoro in cui il momento teorico si fonda efficacemente con il momento applicativo, gli Autori forniscono una dimostrazione basata sulla tecnica della decomposizione di un prestito a rata costante in prestiti elementari, calcolando per ciascun prestito elementare l’entità degli ‘interessi sugli interessi’. In questo modo gli Autori determina-

no analiticamente quale parte degli interessi maturati in una determinata epoca continui a generare interessi nelle epoche successive. E concludono sostenendo che se il fenomeno del calcolo degli interessi sugli interessi riguarda ciascuno dei singoli prestiti elementari, riguarda anche l'unico prestito di importo iniziale, risultando essere la somma dei singoli prestiti elementari.

Per quanto tale conclusione possa apparire ovvia, Fersini e Olivieri non presentano una dimostrazione matematica generale del fatto che l'ammortamento di un prestito in regime composto, qualunque sia il piano di rimborso, sia 'viziato' dalla presenza degli 'interessi sugli interessi'. Sulla base delle argomentazioni prodotte e dei risultati ottenuti nelle sezioni precedenti, forniremo una dimostrazione completa e rigorosa del fatto che nei prestiti in regime composto si generano 'interessi sugli interessi' in ogni periodo (ad eccezione, ovviamente, del primo periodo) indipendentemente dalla tipologia del piano di rimborso. A tal fine, si consideri l'Equazione (28) che esprime il debito residuo alla generica epoca k in funzione del capitale non rimborsato a quell'epoca. Per comodità espositiva la riportiamo di seguito,

$$M_k = (1 + i)^k D_{0,k}. \quad (34)$$

Tale relazione mostra che il debito residuo all'epoca k si ottiene capitalizzando in regime composto il capitale non ancora rimborsato all'epoca k , cioè $D_{0,k}$, dall'istante di tempo iniziale $t = 0$ all'epoca k . M_k incorpora, dunque, gli interessi maturati sul debito iniziale non rimborsato all'epoca k , calcolati in capitalizzazione composta sull'orizzonte temporale $[0, k]$. Questi interessi contengono al loro interno 'gli interessi sugli interessi' che si sono accumulati nel periodo $[0, k]$ per effetto della capitalizzazione composta. È, inoltre, possibile quantificare l'ammontare degli 'interessi sugli interessi' che vengono prodotti in ogni epoca del prestito. Infatti, gli interessi accumulati sull'orizzonte temporale $[0, k]$ produrranno ulteriori interessi nel periodo successivo $[k, k+1]$ per un ammontare pari a

$$X_{k+1} = iM_k - iD_{0,k} = iD_{0,k}[(1 + i)^k - 1]. \quad (35)$$

o equivalentemente,

$$X_{k+1} = iM_k - iD_{0,k} = iM_k [1 - (1 + i)^{-k}]. \quad (36)$$

L'Equazione (35) generalizza ed estende a tutte le tipologie d'ammortamento in regime composto la relazione trovata da Fersini e Olivieri nel caso dell'ammortamento francese. Il pagamento periodico degli interessi non preclude, dunque, la possibilità che gli interessi maturati in un periodo producano ulteriori interessi nei periodi successivi! E nel regime composto questo accade in tutte le tipologie di ammortamento, perché la base di calcolo della quota interessi relativa ad una determinata epoca, cioè il debito residuo all'epoca precedente, incorpora parte degli interessi maturati nei periodi precedenti. E questi interessi producono altri interessi nei periodi successivi. Le quote interessi, con l'eccezione della prima, risultano, dunque, composte per una parte dagli 'interessi sugli interessi', esattamente come affermato da Fersini e Olivieri (2015). L'argomentazione che gli interessi sono sempre calcolati sul debito in linea capitale non ancora rimborsato, vengono staccati ad ogni scadenza delle rate di rimborso e non possono generare altri interessi è una verità talmente ovvia ed elementare da risultare...falsa! Sostenere che sebbene il prestito sia ad interessi composti, la rata inglobi interessi semplici, è un cortocircuito logico. Coerentemente con il regime composto, infatti, la generica rata R_k ingloba interessi composti dati da

$$I_k^p = [(1 + i)^k - 1] S_k. \quad (37)$$

Per evitare di includere 'interessi sugli interessi' nelle rate di rimborso di un prestito, sia esso 'alla francese' o sia esso caratterizzato da una successione di rate di importo qualsiasi, occorre affrontare il problema alla radice ed abbandonare il regime composto. Nelle sezioni successive discuteremo dell'ammortamento dei prestiti a interessi semplici e mostreremo che esiste uno ed un solo modo per definire uno schema d'ammortamento che sia coerente con la legge lineare.

4. L'ammortamento dei prestiti nel regime degli interessi semplici
Presenteremo, in questa sezione, uno schema d'ammortamento dei prestiti nel regime degli interessi semplici in cui non si ha genera-

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

zione di ‘interessi sugli interessi’. Discuteremo prima una congettura sull’ammortamento dei prestiti elementari al fine di illustrare i principi di base e la metodologia che saranno poi utilizzati per estendere l’analisi ai prestiti di qualsiasi tipologia. La trattazione, dapprima svolta in maniera intuitiva per tentare di costruire uno schema d’ammortamento coerente con la legge degli interessi semplici, verrà successivamente resa rigorosa sia sotto il profilo finanziario sia sotto il profilo matematico.

Si consideri, per fissare le idee, un prestito elementare per l’importo $S=100$, il capitale erogato al tempo $t=0$, da rimborsare in un’unica soluzione al tempo $m=4$ anni, secondo la legge degli interessi composti al tasso annuale $i=10\%$. Il piano di rimborso del prestito, costruito secondo lo schema discusso nella sezione precedente, prevede che le prime tre rate siano pari a zero, mentre l’ultima, determinata conformemente alla legge assegnata, sia pari a

$$R_4 = S(1+i)^4 = 146.41. \quad (38)$$

Il piano d’ammortamento è riportato nella sottotabella di sinistra di Tabella 2.

Tabella 2: A sinistra: il piano d’ammortamento in regime composto. A destra: il piano d’ammortamento in regime semplice secondo la congettura illustrata nel testo.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|--------|-------|-------|-------|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 0 | -10 | 10 | 110 | 1 | 0 | -10 | 10 | 110 |
| 2 | 0 | -11 | 11 | 121 | 2 | 0 | -10 | 10 | 120 |
| 3 | 0 | -12.1 | 12.1 | 133.1 | 3 | 0 | -10 | 10 | 130 |
| 4 | 146.41 | 133.1 | 13.31 | 0 | 4 | 140 | 130 | 10 | 0 |

Come è possibile osservare nell’ultima colonna della sottotabella di sinistra, il debito residuo cresce esponenzialmente nel tempo perché gli interessi maturati in un periodo, inglobati nel debito residuo, producono ulteriori interessi nei periodi successivi. La sottotabella di destra illustra una congettura su come dovrebbe essere strutturato

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

il piano d'ammortamento per evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'. Il debito residuo, riportato nell'ultima colonna della sottotabella di destra, cresce linearmente nel tempo per effetto di un ammontare costante di interessi che maturano in ogni singolo periodo del prestito. Tale ammontare è calcolato in ogni periodo al tasso $i=10\%$ sul valore del capitale $S=100$. Questo genera quote interessi costanti e pari a $I_k=10$ ($k=1, 2, 3, 4$), esattamente come richiede l'applicazione del regime degli interessi semplici. Gli interessi, dunque, entrano nel calcolo del debito residuo ma sono 'infruttiferi', non generano cioè altri interessi nei periodi successivi. Le quote di capitale sono calcolate come variazioni del debito residuo tra due epoche successive,

$$C_k = M_{k-1} - M_k, \quad (39)$$

e il rimborso del prestito avviene con il pagamento di una rata di importo

$$R_4 = S(1 + 4i) = 140, \quad (40)$$

cioè con una rata il cui importo è determinato conformemente ad una legge lineare di tasso $i=10\%$. Vale, ovviamente, la decomposizione delle rate in una quota di capitale e una quota interessi,

$$R_k = C_k + I_k. \quad (41)$$

Con la quarta rata di importo R_4 viene rimborsato il capitale S congiuntamente agli interessi maturati $I_4 = 4iS$. La Tabella 3 presenta il piano d'ammortamento nella versione estesa.

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 3: Il piano d'ammortamento esteso.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | S_k | I'_k | $D_{0,k}$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|--------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 0 | -10 | 10 | 110 | 0 | 0 | 100 |
| 2 | 0 | -10 | 10 | 120 | 0 | 0 | 100 |
| 3 | 0 | -10 | 10 | 130 | 0 | 0 | 100 |
| 4 | 140 | 130 | 10 | 0 | 100 | 40 | 0 |

La congettura formulata consente di definire uno schema d'ammortamento in regime semplice univocamente determinato anche nel caso dei prestiti di qualsivoglia tipologia di rimborso. Si consideri, infatti, un prestito acceso al tempo 0 per un capitale S , da rimborsare in m rate di importi R_1, R_2, \dots, R_m esigibili rispettivamente ai tempi $1, 2, \dots, m$. Coerentemente con la trattazione svolta nella Sezione 2, tra il capitale erogato e le rate di rimborso deve valere la condizione di equità all'epoca iniziale $t=0$,

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{1 + ik}. \quad (42)$$

Il prestito risulta così definito da m prestiti elementari di capitali iniziali S_1, S_2, \dots, S_m tali che

$$S = \sum_{k=1}^m S_k, \quad (43)$$

che vengono rimborsati rispettivamente dalle rate di importi

$$R_k = S_k(1 + ik), \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (44)$$

Illustriamo, dapprima, il metodo d'ammortamento con un esempio numerico per poi sviluppare la trattazione generale. A tal fine, si consideri un prestito per un importo $S=100$ al tempo $t=0$ da rimborsare in $m=4$ rate di importo costante R , esigibili ai tempi 1,2,3,4 anni, secondo una legge lineare di tasso annuale $i=10\%$. In questo caso l'Equazione (42) ammette la soluzione $R=31.00$. I quattro prestiti elementari che compongono il prestito originario di importo $S=100$ sono descritti nella Tabella 4.

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 4: La decomposizione in prestiti elementari.

| k=0 | k=1 | k=2 | k=3 | k=4 |
|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $S_1=28.18$ | $R_1=31.00$ | 0 | 0 | 0 |
| $S_2=25.83$ | 0 | $R_2=31.00$ | 0 | 0 |
| $S_3=23.85$ | 0 | 0 | $R_3=31.00$ | 0 |
| $S_4=22.14$ | 0 | 0 | 0 | $R_4=31.00$ |

Costruiamo ora il piano d'ammortamento di ciascun prestito elementare sulla base dello schema descritto nell'esempio precedente. La Tabella 5 mostra i quattro piani d'ammortamento così ottenuti.

Tabella 5: I piani d'ammortamento dei quattro prestiti elementari di cui si compone il prestito originario.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 28.18 |
| 1 | 31.00 | 28.18 | 2.82 | 0 |

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 25.83 |
| 1 | 0 | -2.58 | 2.58 | 28.42 |
| 2 | 31.00 | 28.42 | 2.58 | 0 |

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 23.85 |
| 1 | 0 | -2,38 | 2.38 | 26.23 |
| 2 | 0 | -2.38 | 2.38 | 28.61 |
| 3 | 31.00 | 28.61 | 2.38 | 0 |

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 22.14 |
| 1 | 0 | -2.21 | 2.21 | 24.36 |
| 2 | 0 | -2.21 | 2.21 | 26.57 |
| 3 | 0 | -2.21 | 2.21 | 28.78 |
| 4 | 31.00 | 28.78 | 2.21 | 0 |

Ricomponendo i quattro prestiti elementari, è possibile determinare il piano d'ammortamento del prestito originario semplicemente sommando le quattro matrici dei singoli prestiti elementari. Si ottiene così il piano riportato nella Tabella 6.

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 6: Il piano d'ammortamento del prestito originario.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|-------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 31.00 | 21.00 | 10.00 | 79.00 |
| 2 | 31.00 | 23.82 | 7.18 | 55.18 |
| 3 | 31.00 | 26.40 | 4.60 | 28.78 |
| 4 | 31.00 | 28.78 | 2.21 | 0 |

Il piano d'ammortamento, nella versione estesa, è descritto nella Tabella 7, dove

$$I_k^p = ikS_k, \quad (45)$$

quantifica l'ammontare degli interessi corrisposti con il pagamento della k -esima rata e

$$D_{0,k} = \sum_{j=k+1}^m S_j, \quad (46)$$

è il capitale non ancora rimborsato all'epoca k .

Tabella 7: Il piano d'ammortamento esteso.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | S_k | I_k^p | $D_{0,k}$ |
|-----|-------|-------|-------|-------|-------|---------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 100 | 0 | 0 | 100 |
| 1 | 31.00 | 21.00 | 10.00 | 79.00 | 28.12 | 2.82 | 71.82 |
| 2 | 31.00 | 23.82 | 7.18 | 55.18 | 25.83 | 5.17 | 45.99 |
| 3 | 31.00 | 26.40 | 4.60 | 28.78 | 23.85 | 7.15 | 22.14 |
| 4 | 31.00 | 28.78 | 2.21 | 0 | 22.14 | 8.86 | 0 |

La procedura si può immediatamente estendere al caso generale di un prestito per un importo S esigibile al tempo $t=0$ da rimborsare, secondo una legge lineare di tasso i , in m rate di importi R_1, R_2, \dots, R_m esigibili rispettivamente ai tempi $1, 2, \dots, m$. Le sottotabelle di Tabella 8 riportano i piani d'ammortamento dei singoli prestiti elementari di cui si compone il prestito.

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 8: I piani d'ammortamento dei prestiti elementari di cui si compone il prestito.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-------|--------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | S_1 |
| 1 | R_1 | S_1 | iS_1 | 0 |

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|------------|--------|------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | S_2 |
| 1 | 0 | $-iS_2$ | iS_2 | $S_2(1+i)$ |
| 2 | R_2 | $S_2(1+i)$ | iS_2 | 0 |
| ⋮ | | | | |

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|-----------------|--------|-------------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | S_m |
| 1 | 0 | $-iS_m$ | iS_m | $S_m(1+i)$ |
| 2 | 0 | $-iS_m$ | iS_m | $S_m(1+2i)$ |
| 3 | 0 | $-iS_m$ | iS_m | $S_m(1+3i)$ |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| m | R_m | $S_m(1+(m-1)i)$ | iS_m | 0 |

È importante evidenziare il meccanismo di formazione delle quote interessi nel piano d'ammortamento del prestito complessivo. Sommando, infatti, elemento per elemento i piani d'ammortamento dei singoli prestiti elementari, si ottiene che il debito residuo e la quota interessi all'epoca k del piano d'ammortamento complessivo sono dati, rispettivamente, da

$$M_k = (1 + ik)(S_{k+1} + \dots + S_m), \quad (47)$$

e

$$I_k = i(S_k + S_{k+1} + \dots + S_m), \quad (48)$$

Ovviamente è $M_0 = S$ e $M_m = 0$. Esattamente come nell'ammortamento in regime composto, il debito residuo alla generica epoca k si

ottiene capitalizzando, in questo caso in regime semplice, il capitale non ancora rimborsato all'epoca k , cioè $D_{0,k} = S_{k+1} + \dots + S_m$, dall'istante di tempo iniziale $t=0$ all'epoca k ,

$$M_k = (1 + ik)D_{0,k}. \quad (49)$$

Il debito residuo all'epoca k è, dunque, una miscela di capitale e di interessi con la 'concentrazione' relativa all'epoca k , così come descritta dall'Equazione (10) per $n=k$. Contrariamente a quanto accade nel regime composto, in cui la quota interessi alla generica epoca k viene calcolata moltiplicando il tasso i per il debito residuo all'epoca $k-1$ ($I_k = iM_{k-1}$, generando in questo modo 'interessi sugli interessi'), nello schema d'ammortamento in regime semplice proposto in questo lavoro, essa viene determinata moltiplicando il tasso i per il debito iniziale non ancora estinto dopo il pagamento delle prime $k-1$ rate,

$$I_k = iD_{0,k-1}. \quad (50)$$

La quota interessi viene, cioè, determinata moltiplicando il tasso i per il *valore attuale* del debito residuo all'epoca $k-1$,

$$I_k = i \frac{M_{k-1}}{1 + i(k-1)}. \quad (51)$$

Il significato di tale operazione è quello di depurare il debito residuo da tutti gli interessi maturati sul capitale non ancora rimborsato per evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'. In questo modo, ogni possibilità di generare 'interessi sugli interessi' è preclusa: se si sostituisce, infatti, l'Equazione (50) nell'Equazione (35) si ottiene $X_k = 0$ ad ogni epoca k . A questo punto della trattazione la nostra congettura cessa di essere tale: se si vuole evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi', il prestito deve essere ad interessi semplici con condizione di equità all'epoca iniziale.

I teoremi seguenti forniscono una caratterizzazione completa dell'ammortamento dei prestiti in regime semplice.

Teorema 1.

Si consideri al tempo $t=0$ un prestito per un importo S , e sia R_1, R_2, \dots, R_m la successione delle rate di rimborso esigibili ai tempi $1, 2, \dots, m$ rispettivamente, soluzione dell'equazione

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{1 + ik}. \quad (52)$$

Sotto queste ipotesi, la dinamica del debito residuo è descritta dall'equazione

$$M_k = M_{k-1} + \frac{i}{1 + i(k-1)} M_{k-1} - R_k, \quad (53)$$

con condizione iniziale $M_0 = S$.

La dimostrazione del Teorema 1 è svolta in Appendice.

Corollario 1.

Nelle ipotesi del Teorema 1, vale la seguente decomposizione delle rate nella quota di capitale e nella quota interessi,

$$R_k = C_k + I_k, \quad (54)$$

dove

$$C_k = M_{k-1} - M_k, \quad (55)$$

quantifica la variazione del debito residuo nel periodo $[k-1, k]$ e

$$I_k = \frac{i}{1 + i(k-1)} M_{k-1}, \quad (56)$$

quantifica gli interessi maturati nel periodo $[k-1, k]$.

La dimostrazione del Corollario 1 è svolta in Appendice.

Corollario 2.

Nelle ipotesi del Teorema 1, esiste una e una sola m -pla di numeri reali C_1, C_2, \dots, C_m tale che

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

$$S = \sum_{k=1}^m C_k, \quad (57)$$

e

$$R_k = C_k + \frac{i}{1+i(k-1)} \sum_{j=k}^m C_j. \quad (58)$$

La dimostrazione del Corollario 2 è svolta in Appendice.

Il Teorema 1 e i relativi corollari forniscono le equazioni strutturali per la costruzione e l'interpretazione finanziaria del piano d'ammortamento in regime semplice. In particolare, l'Equazione (53), relativa alla dinamica evolutiva del debito residuo, mostra che la base di calcolo per gli interessi è costituita dal valore attuale del debito residuo e non dal debito residuo come invece accade nell'ammortamento dei prestiti in regime composto (si veda, in proposito, l'Equazione (23)). Ed è proprio questa specificità che consente di evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'.

Vale, inoltre, il risultato seguente, anch'esso enunciato sotto forma di teorema.

Teorema 2.

Si consideri al tempo $t=0$ un prestito per un importo S da rimborsare in m rate esigibili rispettivamente ai tempi $1, 2, \dots, m$ e siano C_1, C_2, \dots, C_m numeri reali tali che $\sum_{k=1}^m C_k = S$. Se le rate di rimborso R_1, R_2, \dots, R_m sono calcolate secondo la formula

$$R_k = C_k + \frac{i}{1+i(k-1)} \sum_{j=k}^m C_j, \quad (59)$$

segue che

$$S = \sum_{k=1}^m \frac{R_k}{(1+ik)}. \quad (60)$$

La dimostrazione del Teorema 2 è svolta in Appendice.

Il Teorema 2 afferma che qualunque sia il piano di rimborso in linea

capitale $C_1, C_2 \dots, C_m$, se si conviene di corrispondere gli interessi sul valore attuale del debito residuo secondo l'Equazione (59), allora il prestito è caratterizzato da interessi semplici al tasso i .

I teoremi enunciati e dimostrati in questo lavoro definiscono la procedura di riferimento generale per la costruzione dei piani d'ammortamento nel regime degli interessi semplici. Tale procedura coincide con la procedura d'ammortamento in regime semplice proposta da Mari e Aretusi (2018) e derivata sulla base di un'impostazione teorica generale.

Concludiamo questa sezione con alcune osservazioni che riguardano il calcolo del debito residuo. In particolare, facendo riferimento all'Equazione (47), se esprimiamo i singoli importi elementari S_j in funzione delle rate di rimborso del prestito secondo l'Equazione (42), si ottiene

$$M_k = (1 + ik) \sum_{j=k+1}^m \frac{R_j}{1 + ij} \quad (61)$$

con $M_m = 0$. Il debito residuo alla generica epoca k può essere calcolato, dunque, prospettivamente come somma dei valori attuali delle rate di rimborso del prestito non ancora scadute, capitalizzata dal tempo $t=0$ all'epoca k . Il debito residuo M_k può, essere espresso anche nella forma seguente

$$M_k = \sum_{j=k+1}^m R_j v_k(j) \quad (62)$$

dove $v_s(t)$ è la funzione di sconto al tempo $s (s \leq t)$ in regime lineare (Mari e Aretusi, 2018),

$$v_s(t) = \frac{v_0(t)}{v_0(s)}, \quad 0 \leq s \leq t, \quad (63)$$

e

$$v_0(t) = \frac{1}{1 + it}, \quad (64)$$

è la funzione di sconto all'epoca iniziale.

Vale anche la rappresentazione retrospettiva del debito residuo che si ottiene in funzione del capitale S e di tutte le rate di rimborso scadute

tra l'istante di tempo iniziale $t=0$ e l'epoca k . Dall'Equazione (47) segue infatti,

$$M_k = (1 + ik) \left[S - \sum_{j=1}^k S_j \right], \quad (65)$$

con $M_0 = S$. Esprimendo i singoli importi elementari S_j in funzione delle rate di rimborso del prestito secondo l'Equazione (42), si ottiene

$$M_k = (1 + ik) \left[S - \sum_{j=1}^k \frac{R_j}{1 + ij} \right], \quad (66)$$

Il debito residuo M_k può essere, dunque, calcolato sottraendo al capitale erogato inizialmente il valore attuale delle rate scadute nell'intervallo temporale $[0, k]$ e capitalizzando l'importo così ottenuto da $t=0$ all'epoca k . Il debito residuo M_k può, essere espresso anche nella forma seguente

$$M_k = \frac{S}{v_0(k)} - \sum_{j=1}^k \frac{R_j}{v_j(k)}. \quad (67)$$

Tali rappresentazioni coincidono con quelle derivate da Mari e Aretusi (2018).

5. Considerazioni conclusive

Concludiamo la trattazione con alcune osservazioni che riguardano un approccio recentemente proposto in letteratura per la costruzione dell'ammortamento dei prestiti in regime semplice (Annibali et al., 2016). Esso prevede che la valutazione del prestito debba essere effettuata all'epoca finale anziché all'epoca iniziale, secondo la relazione

$$S(1 + im) = \sum_{k=1}^m R_k(1 + (m - k)), \quad (68)$$

che definisce una condizione di equità all'epoca finale. L'Equazione (68) impone che il capitale S erogato al tempo $t=0$, capitalizzato alla data di scadenza del prestito m , sia uguale alla somma degli importi delle rate di rimborso capitalizzati dalla data di esigibilità delle stesse sino alla data di scadenza del prestito. Alcuni dei limiti di questo approccio sono stati evidenziati in letteratura da Mari e Aretusi (2018).

In questo paragrafo conclusivo, vorremmo discutere altri aspetti che, a nostro avviso, ne indeboliscono ulteriormente la significatività finanziaria.

Preliminarmente è opportuno evidenziare che la capitalizzazione di importi esigibili in epoche future, come le rate di rimborso, deve essere effettuata con grande cautela per evitare di capitalizzare gli interessi, generando in questo modo una componente di 'interessi sugli interessi' anche in regime semplice. Come discusso in questo lavoro, la capitalizzazione di un importo esigibile ad un'epoca futura può essere effettuata a patto di depurare tale importo dalla componente relativa agli interessi. Questo può essere fatto calcolando, prima, il valore attuale al tempo $t=0$ dell'importo e, successivamente, capitalizzando il valore attuale sino all'epoca desiderata.

Un secondo aspetto riguarda la relazione tra prestiti elementari e prestiti a rimborso graduale all'interno di questo schema d'ammortamento. Se, una volta definita la successione delle rate di rimborso R_1, R_2, \dots, R_m , soluzione dell'Equazione (68), si considerano gli m prestiti elementari per gli importi

$$S_k = \frac{R_k}{1 + ik} \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (69)$$

che compongono il prestito originario, si scopre che

$$\sum_{k=1}^m S_k \neq S, \quad (70)$$

come conseguenza del fatto che la legge lineare non gode della proprietà di scindibilità (Moriconi, 1994). In questo schema d'ammortamento, purtroppo, lo sviluppo in prestiti elementari può essere sempre effettuato a patto che tutti i prestiti elementari siano valutati all'epoca finale del prestito originario m , secondo lo schema

$$S'_k = R_k \frac{1 + i(m - k)}{1 + im}. \quad (71)$$

In questo caso, coerentemente con l'Equazione (68), si ha

$$\sum_{k=1}^m S_k' = S. \quad (72)$$

Tuttavia si introducono ulteriori difficoltà interpretative sotto il profilo finanziario. L'Equazione (71) comporta che, ad esempio, se si considerano due prestiti, il primo di durata m ed il secondo di durata n ($m \neq n$), entrambi con una rata di rimborso di uguale importo R_k , il k -esimo prestito elementare che compone il prestito di durata m risulta diverso dal k -esimo prestito elementare che compone il prestito di durata n . Infatti, se, per fissare le idee, supponiamo di utilizzare una legge lineare di tasso $i = 10\%$ annuale e consideriamo due prestiti di diversa durata, il primo di durata $m = 5$ anni e il secondo di durata $n = 10$ anni, e supponiamo che entrambi i prestiti siano caratterizzati da una seconda rata dello stesso importo, poniamo $R_2 = 30$, si avrebbe $S_2' = 26$ nel caso del prestito a cinque anni, e $S_2' = 27$ nel caso del prestito a dieci anni. Entrambi i valori risultano diversi dal valore attuale di R_2 che risulta pari a $S_2 = 25$.

Un'ulteriore anomalia di questo schema d'ammortamento riguarda l'andamento della successione delle quote interessi. Al fine di evidenziare questo aspetto, si tenga presente che nell'ammortamento ad interessi semplici con equità all'epoca finale la decomposizione delle rate nella quota di capitale e nella quota interessi è data da

$$R_k = C_k + \frac{iM_{k-1}}{1 + i(m-k)}. \quad (73)$$

(Mari e Aretusi, 2018; Annibaldi et al., 2016). Si consideri, allora, un prestito per un capitale $S = 1000$ da rimborsare in 25 rate annuali di importo costante in regime semplice al tasso $i = 10\%$ annuale. Le due sottotabelle di Tabella 9 riportano i piani d'ammortamento del prestito in regime semplice con equità all'epoca iniziale (sottotabella di sinistra) e con equità all'epoca finale (sottotabella di destra).

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 9: A sinistra: il piano d'ammortamento in regime semplice con equità all'epoca iniziale. A destra: il piano d'ammortamento in regime semplice con equità all'epoca finale.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|-----|-------|--------|--------|---------|-----|-------|-------|-------|--------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1000 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1000 |
| 1 | 82.11 | -17.89 | 100.00 | 1017.89 | 1 | 63.64 | 34.22 | 29.41 | 965.78 |
| 2 | 82.11 | -10.42 | 92.54 | 1028.31 | 2 | 63.64 | 34.37 | 29.27 | 931.40 |
| 3 | 82.11 | -3.58 | 85.69 | 1031.88 | 3 | 63.64 | 34.53 | 29.11 | 896.88 |
| 4 | 82.11 | 2.74 | 79.38 | 1029.15 | 4 | 63.64 | 34.70 | 28.93 | 862.17 |
| 5 | 82.11 | 8.60 | 73.51 | 1020.54 | 5 | 63.64 | 34.90 | 28.74 | 827.27 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 12 | 82.11 | 40.94 | 41.17 | 823.71 | 12 | 63.64 | 37.01 | 26.63 | 575.49 |
| 13 | 82.11 | 44.67 | 37.44 | 779.04 | 13 | 63.64 | 37.48 | 26.16 | 538.02 |
| 14 | 82.11 | 48.24 | 33.87 | 730.80 | 14 | 63.64 | 38.02 | 25.62 | 500.00 |
| 15 | 82.11 | 51.66 | 30.45 | 679.13 | 15 | 63.64 | 38.64 | 25.00 | 461.36 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 24 | 82.11 | 77.35 | 4.76 | 79.77 | 24 | 63.64 | 53.51 | 10.12 | 57.85 |
| 25 | 82.11 | 79.77 | 2.35 | 0 | 25 | 63.64 | 57.85 | 5.79 | 0 |

Se il prestito fosse stato ad interessi composti al tasso del 10% annuo, il piano d'ammortamento sarebbe stato quello rappresentato nella Tabella 10.

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

Tabella 10: Il piano d'ammortamento in regime composto.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1000 |
| 1 | 110.17 | 10.17 | 100.00 | 989.83 |
| 2 | 110.17 | 11.18 | 98.98 | 978.65 |
| 3 | 110.17 | 12.30 | 97.86 | 966.34 |
| 4 | 110.17 | 13.53 | 96.63 | 952.81 |
| 5 | 110.17 | 14.89 | 95.28 | 937.92 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 12 | 110.17 | 29.01 | 81.16 | 782.56 |
| 13 | 110.17 | 31.91 | 78.26 | 750.65 |
| 14 | 110.17 | 35.10 | 75.07 | 715.55 |
| 15 | 110.17 | 38.61 | 71.55 | 676.94 |
| \vdots | \vdots | \vdots | \vdots | \vdots |
| 24 | 110.17 | 91.05 | 19.12 | 100.15 |
| 25 | 110.17 | 100.15 | 10.02 | 0 |

Le quote interessi del piano d'ammortamento costruito in regime semplice con equità all'epoca finale appaiono decisamente anomale. L'importo della prima quota interessi ammonta, infatti, a $I_1 = 29.41$ (pari al 2.94% del capitale) e appare piuttosto singolare. La prima quota interessi, per definizione, quantifica l'ammontare degli interessi maturati sul capitale erogato inizialmente nel primo anno di prestito. Al 10% annuale, gli interessi maturati sul capitale $S = 1000$ nel primo anno sono, dunque, pari a 100 indipendentemente dal regime adottato. Sia nel piano d'ammortamento in regime composto, sia nel piano d'ammortamento in regime semplice con condizione di equità all'epoca iniziale, la prima quota interessi ammonta, infatti, a 100. Inoltre, ad un debito residuo che decresce piuttosto velocemente non è associata una riduzione altrettanto veloce delle quote interessi. Ad esempio, nonostante il debito residuo dopo il pagamento della quattordicesima rata risulti dimezzato, $M_{14} = 500$, la quindicesima quota interessi, $I_{15} = 25.00$, appare decisamente alta rispetto alla prima quota interessi, $I_1 = 29.41$. Infine, un'ultima considerazione sull'andamento non monotono del debi-

SULL'AMMORTAMENTO DEI PRESTITI IN REGIME COMPOSTO E IN REGIME SEMPLICE:
 ALCUNE CONSIDERAZIONI CONCETTUALI E METODOLOGICHE

to residuo nel piano d'ammortamento in regime semplice con condizione di equità all'epoca iniziale proposto in questo esempio. La sottotabella di sinistra di Tabella 9 mostra che il debito residuo cresce inizialmente per poi decrescere monotonamente sino ad annullarsi con il pagamento dell'ultima rata. Le prime tre quote di capitale sono, infatti, negative e il debito residuo scende sotto il valore del debito iniziale ($S = 1000$) dopo il pagamento della settima rata. Per definizione, la quota di capitale quantifica la variazione di debito residuo tra due epoche successive. Pertanto, l'andamento non monotono del debito residuo ha un significato finanziario preciso e non deve essere considerato un'anomalia dello schema d'ammortamento proposto. È dovuto al fatto che, essendo l'importo della rata minore delle prime tre quote interessi, l'ammontare di interessi in eccesso rispetto all'importo della rata va ad incrementare il debito residuo. È opportuno sottolineare che anche in un caso come questo non si generano 'interessi sugli interessi' poiché le quote interessi sono calcolate, conformemente allo schema d'ammortamento in regime lineare proposto, sul valore del capitale non ancora rimborsato (si veda l'Equazione (50)). Il piano d'ammortamento esteso riportato nella Tabella 11 consente di mettere bene in evidenza questi aspetti.

Tabella 11: Il piano d'ammortamento esteso in regime semplice con equità all'epoca iniziale.

| k | R_k | C_k | I_k | M_k | S_k | I_k^p | $D_{0,k}$ |
|-----|-------|--------|--------|---------|-------|---------|-----------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1000 | 0 | 0 | 1000 |
| 1 | 82.11 | -17.89 | 100.00 | 1017.89 | 74.65 | 7.46 | 925.35 |
| 2 | 82.11 | -10.42 | 92.54 | 1028.31 | 68.43 | 13.69 | 856.92 |
| 3 | 82.11 | -3.58 | 85.69 | 1031.88 | 63.16 | 18.95 | 793.76 |
| 4 | 82.11 | 2.74 | 79.38 | 1029.15 | 58.65 | 23.46 | 735.10 |
| 5 | 82.11 | 8.60 | 73.51 | 1020.54 | 54.74 | 27.37 | 680.36 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 12 | 82.11 | 40.94 | 41.17 | 823.71 | 37.32 | 44.79 | 374.42 |
| 13 | 82.11 | 44.67 | 37.44 | 779.04 | 35.70 | 46.41 | 338.71 |
| 14 | 82.11 | 48.24 | 33.87 | 730.80 | 34.21 | 47.90 | 304.50 |
| 15 | 82.11 | 51.66 | 30.45 | 679.13 | 32.85 | 49.27 | 271.65 |
| ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ | ⋮ |
| 24 | 82.11 | 77.35 | 4.76 | 79.77 | 24.15 | 57.96 | 23.46 |
| 25 | 82.11 | 79.77 | 2.35 | 0 | 23.46 | 58.65 | 0 |

Per le argomentazioni esposte da Mari e Aretusi (2018) e per la trattazione presentata in questo lavoro, possiamo concludere che esiste uno ed un solo schema di ammortamento consistente con la legge degli interessi semplici che consente di evitare il fenomeno della generazione degli 'interessi sugli interessi'. I teoremi enunciati e dimostrati in questo lavoro forniscono uno schema di riferimento generale per la costruzione del piano d'ammortamento.

Appendice. Dimostrazione del Teorema 1 e del Teorema 2

In questa Appendice sono svolte le dimostrazioni del Teorema 1, dei relativi Corollario 1 e Corollario 2, e del Teorema 2.

Dimostrazione del Teorema 1

Posto

$$S_k = \frac{R_k}{1 + ik'}, \quad k = 1, 2, \dots, m, \quad (\text{A.1})$$

e

$$M_k = (1 + ik)(S_{k+1} + \dots + S_m), \quad k = 1, 2, \dots, m - 1 \quad (\text{A.2})$$

con $M_0 = S$ e $M_m = 0$, la tesi si ottiene dopo alcune manipolazioni algebriche elementari.

Dimostrazione del Corollario 1

La tesi si ottiene immediatamente dall'Equazione (53) risolvendo rispetto a R_k .

Dimostrazione del Corollario 2

Si definiscano i numeri seguenti:

$$C_k = M_{k-1} - M_k \quad k = 1, 2, \dots, m. \quad (\text{A.3})$$

Poiché $M_0 = S$ e $M_m = 0$, si verifica immediatamente che

$$\sum_{k=1}^m C_k = S. \quad (\text{A.4})$$

Applicando iterativamente l'Equazione (A.3) si ottiene

$$M_{k-1} = \sum_{j=k}^m C_j, \quad (\text{A.5})$$

e, di conseguenza,

$$R_k = C_k + \frac{i}{1+i(k-1)} \sum_{j=k}^m C_j. \quad (\text{A.6})$$

I numeri C_k rappresentano le quote di capitale. Questo prova l'esistenza. Per dimostrare l'unicità, è sufficiente osservare che se esistesse una m -pla di numeri reali C'_1, C'_2, \dots, C'_m diversa da C_1, C_2, \dots, C_m soddisfacente entrambe le condizioni espresse dall'Equazione (A.4) e dall'Equazione (A.6), si otterrebbe direttamente dall'Equazione (A.6) nel caso $k = 1$,

$$C_1 + iS = C'_1 + iS, \quad (\text{A.7})$$

cioè $C'_1 = C_1$. Utilizzando iterativamente l'Equazione (A.4), è immediato verificare anche le uguaglianze $C'_2 = C_2, \dots, C'_m = C_m$. Questo conclude la dimostrazione del Corollario 2.

Dimostrazione del Teorema 2

Il risultato si ottiene direttamente moltiplicando gli importi delle rate, dati dall'Equazione (59), per i rispettivi fattori di attualizzazione in regime semplice al tasso i e sommando i valori così ottenuti. Raggruppando i termini proporzionali a C_k , tale somma può essere decomposta nelle m somme parziali,

$$C_k \left[\frac{1}{1+ik} + \frac{i}{1+i} + \frac{i}{(1+i)(1+2i)} + \dots + \frac{i}{(1+(k-1)i)(1+ki)} \right] \quad (\text{A.8})$$

per $k = 1, 2, \dots, m$. Il risultato della somma parziale k -esima descritta nell'Equazione (A.8) è esattamente uguale a C_k , come è facile verificare mediante un calcolo diretto. Si ottiene così

$$\sum_{k=1}^m \frac{R_k}{(1+ik)} = \sum_{k=1}^m C_k = S \quad (\text{A.9})$$

Questo conclude la dimostrazione del Teorema 2.

Bibliografia

- Annibali A., Annibali A., Barracchini C. e Olivieri F. *Rivisitazione del modello di calcolo dell'ammortamento "alla francese" di un mutuo in capitalizzazione semplice*. Le Controversie Bancarie, N.10/2018.
- Fersini P., Olivieri G. *Sull'"anatocismo" nell'ammortamento francese*. Banche e Banchieri, Vol. 42 – N.2, 2015.
- Levi E. *Corso di Matematica Finanziaria*. La Goliardica, Milano, Terza Edizione, 1959.
- Mari C., Aretusi G. *Sull'esistenza e unicità dell'ammortamento dei prestiti in regime lineare*. Il Risparmio, 1, 2018.
- Moriconi F. *Matematica Finanziaria*. Il Mulino, Bologna, 1994.
- Ottaviani G. *Lezioni di Matematica Finanziaria*. Veschi, Roma, 1988.
- Polidori C. *Matematica Finanziaria*. Le Monnier, Firenze, 1954.
- Rutigliano M., Faccincani L. *Brevi note per riconoscere, "si spera definitivamente", l'assenza di anatocismo nel mutuo con piano d'ammortamento francese*. Banche e Banchieri, Vol. 44 – N.3, 2017.

